# Ein Verfahren zur exakten Bestimmung von effektiver Ordnungszahl, Elektronendichte und Schwächungskoeffizient von Materialien aus zwei computertomographischen Messungen

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
**Gunter Christ**
aus Stuttgart

1981

81 290

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548922_0082

# Ein Verfahren zur exakten Bestimmung von effektiver Ordnungszahl, Elektronendichte und Schwächungskoeffizient von Materialien aus zwei computertomographischen Messungen

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
**Gunter Christ**
aus Stuttgart

1981

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

| | |
|---|---|
| Tag der mündlichen Prüfung: | 13. Juli 1981 |
| Dekan: | Prof. Dr. R. Hübener |
| 1. Berichterstatter: | Prof. Dr. G. Breitling |
| 2. Berichterstatter: | Prof. Dr. G. Mack |

Inhaltsverzeichnis


| | | Seite |
|---|---|---|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 2 | Experimentelle Grundlagen | 3 |
| 2.1 | Experimentelle Bestimmung von Röntgenspektren | 3 |
| 2.1.1 | Meßaufbau | 3 |
| 2.1.2 | Verarbeitung der Energiespektren | 6 |
| 2.1.3 | Untergrund- und Pile-Up-Korrektur der Energiespektren | 8 |
| 2.1.4 | Korrektur der Energiespektren bezüglich der Nachweiswahrscheinlichkeit des GeLi-Detektors nach dem Monte-Carlo-Verfahren | 10 |
| 2.1.5 | Experimentelle Überprüfung des Monte-Carlo-Verfahrens | 16 |
| 2.2 | Schwächungskoeffizienten aus Literaturdaten und deren Vergleich mit experimentell ermittelten Schwächungskoeffizienten | 20 |
| 2.2.1 | Verarbeitung von Schwächungskoeffizienten aus der Literatur | 20 |
| 2.2.2 | Berechnung von Absorptionsspektren | 21 |

2.2.3 Vergleich von Relativwerten des linearen Schwächungskoeffizienten durch Vergleich von berechneten mit gemessenen Absorptionsspektren 24

2.2.4 Vergleich von Absolutwerten des linearen Schwächungskoeffizienten 27

2.3 Diskussion 28

3 Theoretische Grundlagen 32

3.1 Der Schwächungskoeffizient eines Gemisches für ein heterogenes Röntgenspektrum 32

3.1.1 Ansatz für den Schwächungskoeffizienten 32

3.1.2 Der Schwächungskoeffizient für eine Mischung 33

3.1.3 Der Schwächungskoeffizient für ein heterogenes Röntgenspektrum 34

3.1.4 Darstellung der Z-Abhängigkeit von Photoeffekt und Streuung durch Potenzgesetze 35

3.2 Die Zwei-Spektren-Methode 38

3.2.1 Berechnung der effektiven Ordnungszahl und der Elektronendichte aus den Schwächungskoeffizienten zweier Energiespektren 38

3.3 Diskussion 39

| | | |
|---|---|---|
| 4 | Simulation einer computertomographischen Messung mit anschließender Iterationskorrektur | 42 |
| 4.1 | Der Computertomograph | 42 |
| 4.1.1 | Aufbau und Meßverfahren | 42 |
| 4.1.2 | Bildgewinnung | 44 |
| 4.1.3 | Korrekturen des CT-Schichtbildes | 45 |
| 4.2 | Simulation eines eindimensionalen Modells | 48 |
| 4.2.1 | Das eindimensionale Modell | 48 |
| 4.2.2 | Iterationskorrektur des eindimensionalen Modells | 52 |
| 4.2.3 | Fehlerbetrachtung | 55 |
| 4.3 | Simulation eines zweidimensionalen Modells | 58 |
| 4.3.1 | Berechnung eines CT-Schichtbildes | 58 |
| 4.3.2 | Iterationskorrektur nach der Zwei-Spektren-Methode im Simulationsverfahren | 63 |
| 4.3.3 | Beispiele zum Simulationsiterationsverfahren | 64 |
| 4.4 | Diskussion | 72 |
| 5 | Zusammenfassung | 79 |
| 6 | Literaturverzeichnis | 81 |

# 1 Einleitung

Die Computertomographie hat in sehr kurzer Zeit sehr viele Gebiete der Medizin erfaßt. Sie hat es ermöglicht, nahezu überschichtungsfreie Röntgenaufnahmen herzustellen, die eine hohe Auflösung besitzen. Die Computertomographie arbeitet fast ausschließlich mit kontinuierlicher Röntgenstrahlung, die mit Beschleunigungsspannungen von maximal 150 kV erzeugt wird.
Es wird dabei die Schwächung eines fein ausgeblendeten Röntgenstrahls beim Durchgang einer zu untersuchenden Schicht gemessen. Dies wird für eine Vielzahl von Projektionen durchgeführt, aus denen anschließend nach verschiedenen mathematischen Algorithmen das Schichtbild der Schwächung errechnet wird (Brooks und Di Chiro,1975).
Die Schwächung eines Röntgenstrahls erfolgt in diesem Energiebereich im wesentlichen durch die Wechselwirkungsprozesse Photoabsorption sowie kohärente und inkohärente Streuung. Photoabsorption und Streuung weisen eine Abhängigkeit von der Energie der Röntgenstrahlung sowie von Ordnungszahl und Elektronendichte des Absorbers auf, wobei die Abhängigkeit von Ordnungszahl und Elektronendichte bei der Photoabsorption besonders ausgeprägt ist (Phelps et al.,1975). Durch die unterschiedlichen Abhängigkeiten lassen sich aus Absorptionsmessungen Informationen über Ordnungszahl und Elektronendichte des Absorbers gewinnen, was aber in der herkömmlichen Computertomographie nicht ausgenutzt wird, da über die gesamte spektrale Verteilung der Röntgenstrahlung integriert wird, wodurch eine Vielzahl an Detailinformation verloren geht.
Für den diagnostischen Bereich ist dies größtenteils unerheblich, da hierbei nur Unterschiede im Schwächungsverhalten gefragt sind. Sobald aber quantitative Aussagen über Ordnungszahl, Elektronendichte und Schwächungskoeffizient gemacht werden sollen, reicht eine derartige Messung und Auswertung nicht aus.

Es wurden schon verschiedene Versuche unternommen, die in der Computertomographie schlummernden Möglichkeiten besser auszunutzen (Alvarez und Macovski,1976). Prinzipiell laufen alle Verfahren darauf hinaus, daß entweder unter bestimmten Voraussetzungen aus einer einzigen computertomographischen Messung (Weidenmaier und Christ,1980), oder daß aus mindestens zwei energetisch unterschiedlichen Messungen weitergehendere Aussagen gemacht werden können (Christ und Breitling,1978). Letzteres ist der Ausgangspunkt dieser Arbeit, deren Ziel es ist, aus zwei bei unterschiedlicher spektraler Verteilung der Röntgenstrahlung ermittelten computertomographischen Messungen, die Verteilung von Ordnungszahl und Elektronendichte einer beliebigen komplexen Struktur zu ermitteln sowie genaue Aussagen über die gemessenen Schwächungskoeffizienten machen zu können.
Die meisten zur Lösung dieser Aufgabe erforderlichen Basisdaten sind entweder experimentell ermittelt worden, oder, sofern es sich um gerätespezifische Messungen handelt, werden die erforderlichen Meßverfahren beschrieben. Die theoretischen Grundlagen werden ausführlich diskutiert und zum Schluß in einem Computersimulationsverfahren an mehreren Beispielen dargelegt.

# 2 Experimentelle Grundlagen

## 2.1 Experimentelle Bestimmung von Röntgenspektren

### 2.1.1 Meßaufbau

Die experimentelle Bestimmung eines Röntgenspektrums erfordert ein hochauflösendes Detektorsystem, wofür bei dem in dieser Arbeit interessierenden Energiebereich zwischen 2 und 150 keV ein Lithium-gedrifteter Halbleiterdetektor (GeLi) am besten geeignet ist (Israel et al.,1971). Bei den im folgenden beschriebenen Messungen wurde ein koaxialer GeLi der Firma Ortec verwandt, dessen Abmessungen (empfindlicher Teil) mit einem fein ausgeblendeten Gammastrahl überprüft wurden.
Als Strahlungsgerät diente ein konventionelles Therapiegerät (Stabilipan) der Firma Siemens. Das Anodenmaterial war Wolfram, die Eigenfilterung betrug 2 mm Al, eine weitere Filterung war möglich. Da die Dosisleistung des Stabilipans sehr groß (geringster einstellbarer Anodenstrom 2 mA) und damit der Quantenfluß für einen GeLi viel zu hoch ist, mußte das Gerät dahingehend umgebaut werden, daß es möglich war, entweder ganz ohne oder mit stark reduzierter Kathodenheizung Röntgenstrahlung zu erzeugen. Dies wurde durch einen externen Regeltransformator erreicht, der die Kathodenheizung stufenlos variieren ließ.
Die Gehäusedurchlaßstrahlung wurde mit einer 5 cm starken Bleiwand abgeschirmt, die als Blendenöffnung eine 5 mm Bohrung enthielt. Dieselbe Ausblendung war vor dem Detektor aufgebaut, der zusätzlich von allen Seiten mit einer 5 cm starken Bleimauer umgeben war, um die Raumuntergrundstrahlung möglichst gering zu halten. Der Abstand der beiden Blenden betrug 95 cm, so daß die Bedingung der "guten Geometrie" bestens erfüllt war (öffnungswinkel kleiner als 0,3 Grad). Der Abstand Focus-Blende betrug 16 cm und der Abstand Blende-Detektor 6 cm (Jäger,1968). Die Justierung der Blenden und des GeLi's erfolgte durch Filmaufnahmen. Abb.1 zeigt das Blockschaltbild des Meßaufbaus.

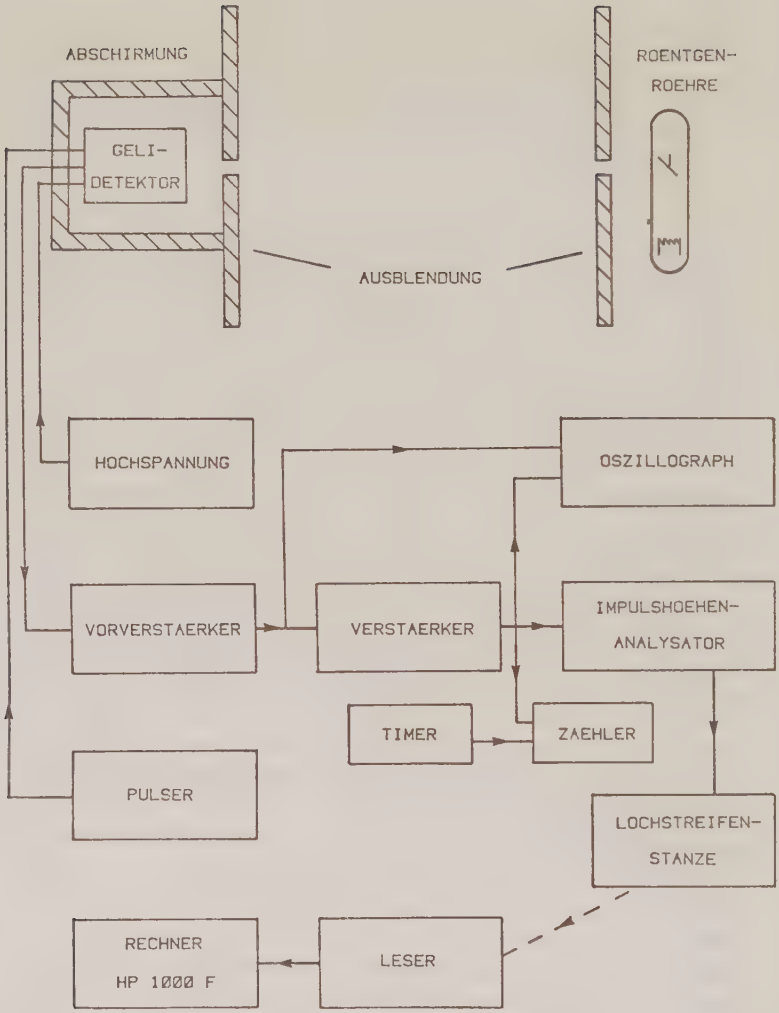


Abb.1 Blockschaltbild des Meßaufbaus. Die gesamte Elektronik, mit Ausnahme des Impulshöhenanalysators der Firma Wenzel Elektronik, stammt von der Firma Ortec.

Die Energieeichung des Impulshöhenanalysators geschah zunächst mit einem Pulser, der seinerseits zuvor durch die Gammastrahlung von $^{99}Tc^{m}$ geeicht wurde. Die gesamte Elektronik erwies sich als äußerst stabil, so daß über Monate hinweg mit derselben Energieeichung gearbeitet werden konnte.
Nach Abschluß der Messungen wurden zehn Eichlinien (Gammastrahlung und charakteristische Röntgenstrahlung) aus allen Meßergebnissen herangezogen, um eine endgültige Energieeichung vorzunehmen (Lederer,1968). Abb.2 zeigt die daraus hervorgegangene Eichgerade, die einen Korrelationskoeffizienten von 0,999975 aufweist (Sachs,1969). Mit dieser Eichung wurden dann alle Energiespektren verarbeitet.

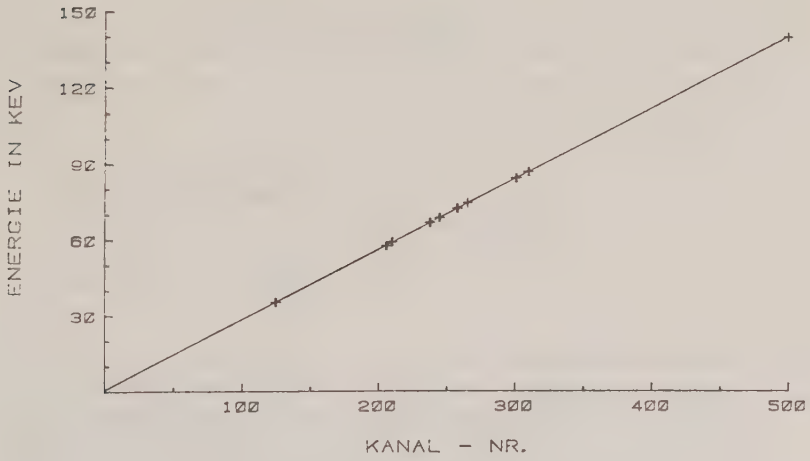


Abb.2 Eichgerade aus allen gemessenen Energiespektren

### 2.1.2 Verarbeitung der Energiespektren

Die nach 2.1.1 erhaltenen Energiespektren wurden mit einer Rechenanlage der Firma Hewlett Packard (HP 1000) verarbeitet. Die Meßdaten wurden über Lochstreifen und zusätzliche Informationen über Terminal eingelesen. Zunächst erfolgte ein Papierausdruck aller Meßdaten und anschließend die Umrechnung der Kanalnummer in Energie und der Zählrate in Intensität nach Gl.1:

$$I = Z\,E \tag{1}$$

Dabei bedeutet I die Intensität, Z die Zählrate und E die Energie des entsprechenden Kanals. Als Maß der Energieverteilung wurde die mit der Intensität gewichtete mittlere Energie $E_m$ nach Gl.2 errechnet:

$$E_m = \frac{\int_0^{E_{gr}} I(E)\,E\,dE}{\int_0^{E_{gr}} I(E)\,dE} \tag{2}$$

Aufgrund der digitalen Daten wurde die Integration durch eine Summation ersetzt.
Zum Schluß erfolgte durch einen Plotter die Darstellung der Intensität als Funktion der Energie, wofür Abb.3 ein Beispiel zweier Energiespektren zeigt. Die durchgezogene Kurve zeigt ein Energiespektrum mit einer Filterung von 3 mm Aluminium bei einer Grenzenergie von 120 keV und die gepunktete Kurve die spektrale Verteilung mit einem zusätzlichen Absorber von 4,5 mm Kupfer. Für die spektrale Verteilung mit einem zusätzlichen Absorber wird hier und im weiteren der Begriff Absorptionsspektrum verwandt.

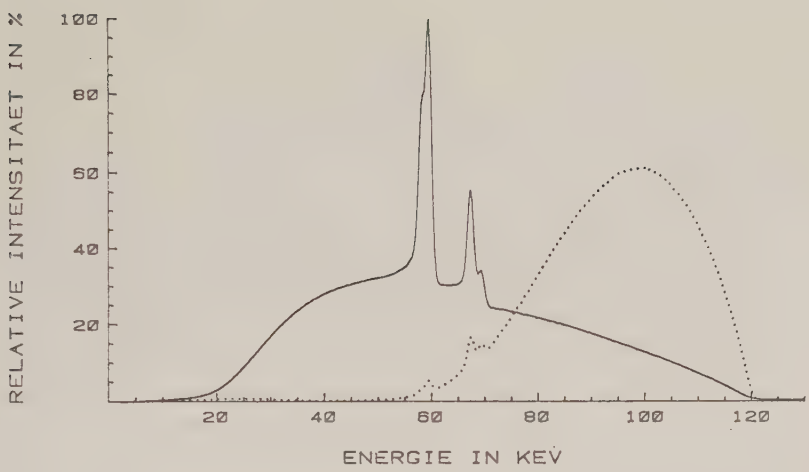


Abb.3 Energiespektrum bei einer Grenzenergie von 120 keV und einer Filterung von 3 mm Aluminium.(——)
Absorptionsspektrum für 4,5 mm Kupfer.(·····)
Die beiden Energiespektren sind auf gleiche Gesamtintensität normiert.

Die mittleren Energien der in Abb.3 dargestellten, noch unkorrigierten Energiespektren betragen 62,5 und 93,4 keV. Die Zählrate pro Sekunde lag bei allen Meßspektren zwischen 1000 und 2000, und die maximale Zählrate pro Kanal betrug $10^6$. Die Meßdauer eines Energiespektrums lag zwischen 10 und 35 Stunden, in einzelnen Fällen betrug sie bis zu 70 Stunden.

2.1.3 Untergrund- und Pile-Up-Korrektur der Energiespektren

Die gemessenen Energiespektren müssen noch auf vielfältige Weise korrigiert werden, da die Messung noch systematische Fehler beinhaltet.
Am einfachsten dabei ist die Korrektur des Raumstrahlungsuntergrundes, der bei 1 bis 2 Quanten pro Sekunde lag, also ca. 0,1 % ausmachte. Der Raumstrahlungsuntergrund wurde mehrmals gemessen und entsprechend der Meßzeit vom jeweiligen Energiespektrum subtrahiert. Abb.4 zeigt ein über 67 Stunden gemessenes Untergrundsspektrum.

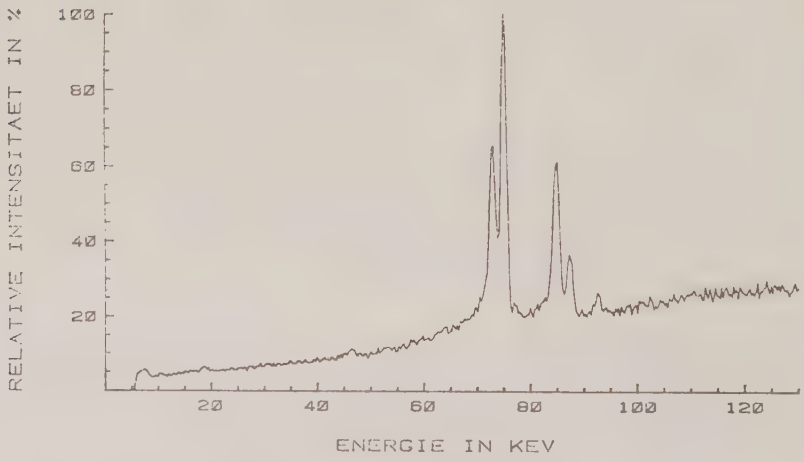


Abb.4 Intensitätsverteilung des Raumstrahlungsuntergrundes

Trotz der langen Meßzeit liegt die maximale Zählrate pro Kanal bei 5000 Quanten, was zu den noch starken statistischen Schwankungen führt. Auffallend ist die K-Eigenstrahlung von Blei zwischen 70 und 85 keV, welche in der Bleiabschirmung

entsteht.
Eine weitere Korrektur ist aufgrund von Aufstockungen erforderlich, die sogenannte Pile-Up-Korrektur.
Die Aufstockungen, die im Detektor dadurch entstehen, daß zwei Quanten innerhalb der Auflösungszeit des Detektors registriert werden, sind bei dem geringen Quantenfluß und der Auflösungszeit des GeLis, die im Nanosekundenbereich liegt, vernachlässigbar (Ortec,1970).
Die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Aufstockungen im Verstärkerteil dagegen ist nicht zu vernachlässigen, da dessen Auflösungszeit im Mikrosekundenbereich liegt und damit um den Faktor 1000 größer ist.
Die Pile-Up-Korrektur wurde nach einem Ansatz (Siegbahn,1965) vorgenommen, der von der Wahrscheinlichkeit für die Überlagerung von Rechteckimpulsen ausgeht. Die Anzahl der Pile-Up-Quanten $N_p$ mit der Energie $E = E_1 + E_2$ ergibt sich dann nach Gl.3 zu:

$$N_p = \frac{N_1 N_2 A}{T} \qquad (3)$$

wobei $N_1$ und $N_2$ die Anzahl der Quanten der Energie $E_1$ bzw. $E_2$, A die Auflösungszeit des Verstärkers und T die gesamte Meßzeit ist.
Um alle möglichen Pile-Up-Quanten zu erfassen, muß Gl.3 über zwei Laufparameter I,J summiert werden, wobei der Parameter I von Kanal 1 bis zum Kanal der Grenzenergie und der Parameter J jeweils von I bis zum Kanal der Grenzenergie läuft. Die Auflösungszeit A wurde dabei für jedes Energiespektrum so gewählt, daß die Kanalinhalte oberhalb der Grenzenergie zu Null wurden, bzw. um den Mittelwert Null schwankten. Die erforderlichen Auflösungszeiten ergaben keinen konstanten Wert, obwohl dies bei gleicher Verstärkereinstellung zu erwarten wäre.
Der Grund dafür ist in dem relativ einfachen Ansatz für die Pile-Up-Korrektur zu suchen. Der damit verbundene Fehler ist jedoch gering, da die Pile-Up-Korrektur intensitätsmäßig fast keine Rolle spielt.

### 2.1.4 Korrektur der Energiespektren bezüglich der Nachweiswahrscheinlichkeit des GeLi-Detektors nach dem Monte-Carlo-Verfahren

Die Nachweiswahrscheinlichkeit ist im einfachsten Fall als das Verhältnis der in einem Detektor nachgewiesenen Quanten zur Anzahl der einfallenden Quanten definiert.
Aus der Anzahl der gemessenen Quanten läßt sich bei Kenntnis der Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors die Anzahl der einfallenden Quanten leicht berechnen. Dieses Verfahren ist dann besonders sinnvoll, wenn es sich um die Messung von monoenergetischen Quanten handelt.
Wesentlich schwieriger wird der Sachverhalt, wenn es im Detektor selbst zu einer nicht vollständigen Energieabsorption der Quanten kommt, was bei dem hier betrachteten Energiebereich durch Comptonstreuung verursacht wird. Dies führt zu dem sogenannten Comptonuntergrund, der im niederenergetischen Bereich des Spektrums angesiedelt ist. Bei einem kontinuierlichen Energiespektrum ist dieser Comptonuntergrund aller Energien den bezüglich ihrer Energie total absorbierten Quanten überlagert. Die Korrektur bezüglich beider Effekte wurde nach dem Monte-Carlo-Verfahren durchgeführt. (Wainio und Knoll,1966 sowie Lal und Iyengar,1970).
Das Monte-Carlo-Verfahren ist eine theoretische Simulation des Experiments. Dabei wird unter gleichen geometrischen Bedingungen wie im Experiment eine Vielzahl von Quanten und deren Wechselwirkungen im Eintrittsfenster des Detektors und im Detektor selbst betrachtet. Die Entscheidung darüber, welcher Wechselwirkungsprozeß stattfindet, welche Energieabsorption und welche Winkelverteilung der gestreuten Quanten auftritt, wird von einem Zufallsgenerator gefällt. Dementsprechend wichtig ist auch die Qualität des Zufallsgenerators, der zwei Eigenschaften aufweisen muß: Die Zufallszahlen müssen homogen verteilt sein, und es dürfen keine Periodizitäten auftreten. Abb.5 zeigt die Homogenitätsverteilung des verwandten Zufallsgenerators.

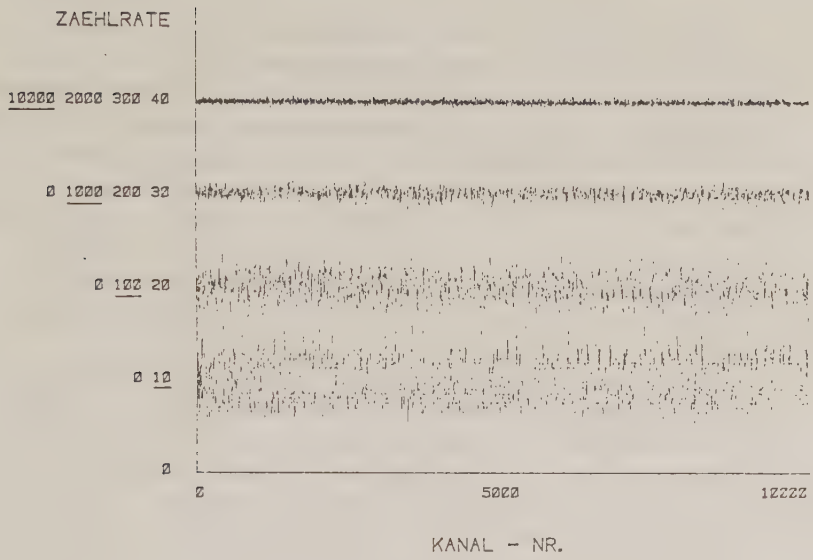


Abb.5 Homogenitätstest des Zufallsgenerators.
Der Maßstab der Ordinate ist für die verschiedenen Kanalinhalte logarithmisch (die unterstrichenen Zahlenangaben) und gleichzeitig für jeden Kanalinhalt linear (jeweils die vertikalen Zahlenangaben) aufgetragen.

Die Zufallszahlen sind in 10 000 Kanäle sortiert. Durch die Kombination von logarithmischem und linearem Maßstab läßt sich die Abnahme der prozentualen Standardabweichung gut erkennen. Die Standardabweichung wurde zusätzlich errechnet und steht mit dem aus der Statistik erwarteten Ergebnis in Einklang.
Das Nichtauftreten von Periodizitäten wurde dadurch getestet, daß, bei linearer Einteilung des Wertebereichs der Zufallszahlen in 100 Kanäle, Übergänge von einem Kanal in einen

anderen registriert wurden. Auch diese Übergänge müssen homogen verteilt sein, was der Fall war.
Das zum Einsatz gekommene Monte-Carlo-Programm baute auf einem Programm auf, das vom physikalischen Institut der Universität Tübingen freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurde (Pankau,1975).
Das Monte-Carlo-Programm verfolgt jedes Quant, bis es entweder seine gesamte Energie im empfindlichen Teil des Detektors abgegeben hat, oder, bis es den Detektor entweder ohne Energieabgabe oder nach teilweiser Energieabgabe verlassen hat.
Zunächst wird allerdings geprüft, ob eine Wechselwirkung im Aluminium-Teflon-Eintrittsfenster stattgefunden hat. Dabei wird nur Einfachwechselwirkung betrachtet und die Kombination von 1 mm Aluminium und 1,5 mm Teflon zu einem homogenen Material der effektiven Ordnungszahl 10,8 und der Dichte 2,367 g/ccm zusammengefaßt. Bei Auftreten des Photoeffektes gilt das Quant als absorbiert, während bei Compton- oder Rayleighstreuung das gestreute Quant weiterverfolgt wird. Für die bei den Wechselwirkungen entstehenden Elektronen wird davon ausgegangen, daß sie am Entstehungsort absorbiert werden. Diese Annahme ist durch die äußerst geringe Reichweite der Sekundärelektronen in diesem Energiebereich von ca. 15 $mg/cm^2$ gerechtfertigt (Wachsmann und Dimotsis,1957). Im Detektor selbst gelten die Sekundärelektronen ebenfalls als absorbiert, während die Quanten solange verfolgt werden, bis sie entweder absorbiert sind oder den Detektor verlassen haben. Je nach absorbierter Energie wird dann der Inhalt des entsprechenden Kanals um 1 erhöht.
Die Aufteilung auf die einzelnen Wechselwirkungsprozesse wurde nach den Daten von Storm und Israel (1970) vorgenommen, die in 2.2 diskutiert werden. Die beim Photoeffekt am Germanium entstehenden Fluoreszenzquanten besitzen eine mittlere Energie von 10 keV. Verfolgt man diese Fluoreszenzquanten, so führt dies zu dem sogenannten Escape-Peak, wenn ein Teil dieser Quanten den Detektor verläßt. Durch einen experimentellen Ver-

gleich, der im nächsten Kapitel beschrieben wird, ergab sich aber die Notwendigkeit, diese Fluoreszenzquanten nicht zu betrachten, sondern von deren Absorption auszugehen. Dies wurde dann auch entsprechend durchgeführt (Gaggero,1971). Abb.6 zeigt eine nach dem beschriebenen Monte-Carlo-Verfahren ohne Escape-Peak berechnete Verteilung bei einer angenommenen Einstrahlung von $10^7$ Quanten der Energie 120 keV. Die Ordinate ist logarithmisch eingeteilt.

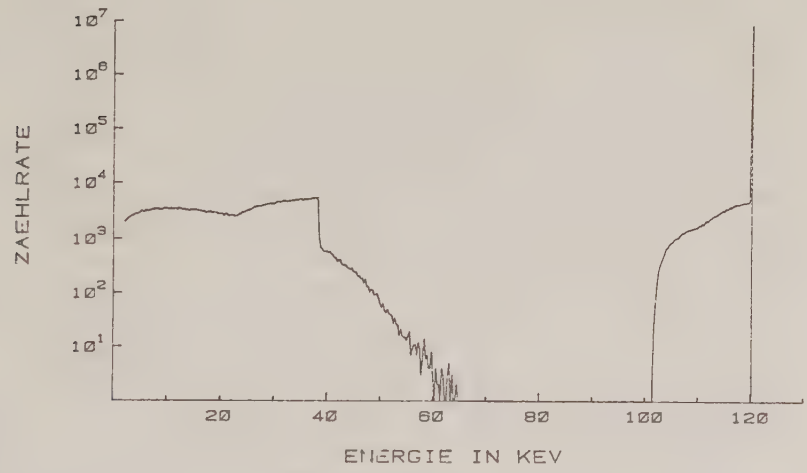


Abb.6 Nach dem Monte-Carlo-Verfahren berechnete Impulsverteilung bei Einstrahlung von 120 keV Quanten.

Im niederenergetischen Teil der Abb.6 ist bis zur Comptonkante bei ca. 38 keV der Comptonuntergrund zu erkennen. Oberhalb der Comptonkante sind wenige Impulse nach zwei- oder mehrmaliger Comptonstreuung registriert worden. Der Anstieg vor dem Photopeak ist durch Wechselwirkung im Eintrittsfenster verursacht. Auf eine Faltung mit der Energiebreite des

Detektors wurde hier verzichtet, da das Monte-Carlo-Programm auf die Korrektur der Energiespektren hin erarbeitet wurde und diese kanalweise erfolgen muß. Der Unterschied von Kanal zu Kanal (Energiedifferenz 0,27 keV) ist so gering, daß eine Faltung das Ergebnis nicht beeinflussen würde. Zur Korrektur der Energiespektren wurde nun folgendermaßen vorgegangen: Beginnend mit dem Kanal der Grenzenergie lief das Monte-Carlo-Programm in einer Schleife, bis es die Zählrate dieses Kanals erreicht hatte. Die dabei vom Monte-Carlo-Programm außerhalb des Photopeaks (im niederenergetischen Bereich) registrierten Quanten wurden zum einen vom Energiespektrum subtrahiert und zum anderen zum Photopeak hinzuaddiert.

Um auf die wahre Energieverteilung der Röntgenquanten vor Eintritt in den Detektor zu kommen, müßte man noch die Anzahl der im Eintrittsfenster absorbierten Quanten zur jeweiligen Energie hinzuaddieren. Hierbei ergab sich aber folgendes Problem: Im niederenergetischen Bereich der gemessenen Energiespektren werden zwischen 2 und 15 keV Impulse registriert, die aufgrund der hohen Absorption im Filter des Röntgengerätes und im Eintrittsfenster des Detektors in Wirklichkeit nicht vorhanden sind, sondern durch Blendeneffekte oder unvollständige Ladungssammlung im Detektor entstehen.

Diese Vorgänge sind aber mit einem Monte-Carlo-Programm nicht zu erfassen. Dies führte nun dazu, daß das Monte-Carlo-Programm aufgrund der hohen Absorption im Eintrittsfenster eine Vielzahl von Quanten benötigte, um die Zählrate im niederenergetischen Teil zu erreichen. Diese Vielzahl wurde aber anschließend zum Spektrum hinzuaddiert, was zu einer gewaltigen Überhöhung im niederenergetischen Bereich führte. Aus diesem Grund wurde auf diese Korrektur verzichtet. Der Fehler, der dadurch gemacht wird, ist allerdings nicht sehr groß, da der niederenergetische Bereich intensitätsmäßig fast nicht ins Gewicht fällt.

Nach diesem Verfahren wurden also alle Energiespektren korrigiert, wobei das Monte-Carlo-Programm, beginnend mit dem Kanal der Grenzenergie, für jeden Kanal aufgerufen wurde.

Mit dieser Methode erhält man - Richtigkeit des Monte-Carlo-Verfahrens vorausgesetzt - die wahre Energieverteilung der Röntgenquanten bei Eintritt in den Detektor.
Abb.7 zeigt als Beispiel ein unkorrigiertes Energiespektrum im Vergleich zu einem bezüglich des Untergrundes, der Aufstockungen und bezüglich der Nachweiswahrscheinlichkeit nach dem beschriebenen Monte-Carlo-Verfahren korrigierten Spektrum. Das Beispiel zeigt in halblogarithmischer Darstellung ein Absorptionsspektrum von 3 mm Kupfer, das zum einen den Comptonuntergrund und dessen Korrektur und zum anderen die Wirkung der Untergund- und Pile-Up-Korrektur oberhalb der Grenzenergie sehr deutlich zum Ausdruck bringt.
Es ist aber auch ersichtlich, daß das Monte-Carlo-Programm nicht in der Lage ist, die niederenergetischen Quanten vollständig zu beseitigen, da diese eben nicht nur, wie schon erwähnt, durch Comptonstreuung im Detektor zustande kommen.

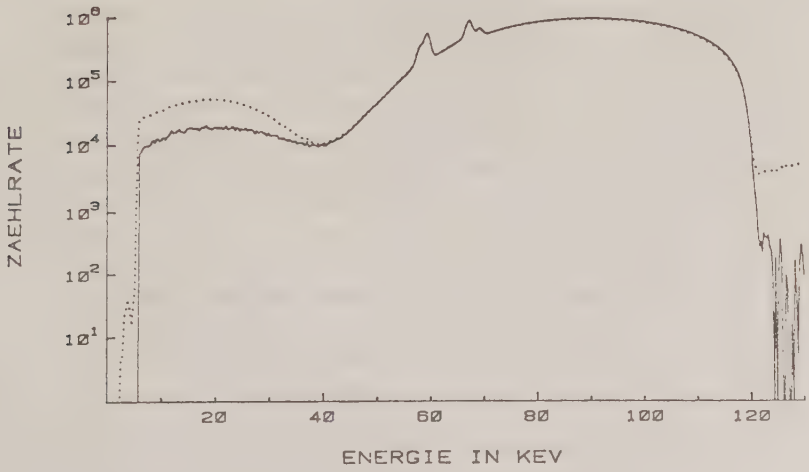


Abb.7 Absorptionsspektrum von 3 mm Kupfer
(·····) unkorrigiert, (——) vollständig korrigiert

### 2.1.5 Experimentelle Überprüfung des Monte-Carlo-Verfahrens

Das Monte-Carlo-Verfahren zur Korrektur bezüglich der Nachweiswahrscheinlichkeit ließe sich umgehen, wenn die Nachweiswahrscheinlichkeit experimentell bestimmt würde. Zur experimentellen Bestimmung ist erforderlich, daß bei gleichem geometrischem Aufbau mit mehreren Gammapräparaten verschiedener Energien die Nachweiswahrscheinlichkeit gemessen wird und anschließend für alle dazwischenliegenden Energien die Ergebnisse interpoliert werden. Dabei treten mehrere Probleme auf. Die Aktivität der Präparate muß möglichst genau bekannt sein, was selbst bei käuflichen nur begrenzt der Fall ist. Weiterhin ist bei hoher Aktivität, was aufgrund des Meßaufbaus erforderlich gewesen wäre, die Punktförmigkeit der Quelle nicht mehr gegeben, und die Eigenabsorption in der Quelle selbst muß mitberücksichtigt werden.
In diesem speziellen Fall war es nicht möglich, mehrere Präparate einer Aktivität von ca. 1 GBq zu beschaffen.
Aus diesem Grund wurde ein relativer Vergleich mit der Gammastrahlung von $^{99}Tc^{m}$, die eine Energie von 140,5 keV besitzt, durchgeführt. Das Präparat besaß eine Aktivität von ca. 1 GBq. Da eine genaue Aktivitätsangabe nicht möglich war, konnte nur ein relativer Vergleich von Photopeak zu Comptonkontinuum durchgeführt werden. Dies ist aber auch der am meisten interessierende Aspekt, denn aufgrund des verwandten GeLis und den verwandten Energien ist eine nahezu vollständige Totalabsorption bezüglich der Quantenzahl gewährleistet.
Gemessen wurde unter den gleichen geometrischen Bedingungen wie im Experiment zur Messung der Energiespektren, nur daß anstelle des Focus´s der Röntgenröhre der Gammastrahler angebracht war. Von den gemessenen Energiespektren wurde einerseits der gewöhnliche Raumstrahlungsuntergrund und andererseits der durch die hohe Aktivität bedingte erhöhte Raumstrahlungsuntergrund mit entsprechender Zeitgewichtung subtrahiert. Aufgrund der kurzen

Halbwertszeit von ca. 6 Stunden mußte die Aktivitätsabnahme während der Meßzeiten berücksichtigt werden.
Abb.8 zeigt zum Vergleich das experimentell ermittelte Energiespektrum von $^{99}Tc^{m}$ und das mit der gleichen Energie nach dem Monte-Carlo-Verfahren errechnete Spektrum. Die Zählrate ist logarithmisch aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist die Comptonkante bei ca. 50 keV und der Anstieg vor dem Photopeak, der durch Wechselwirkung im Eintrittsfenster und durch Blendenstreuung verursacht ist.

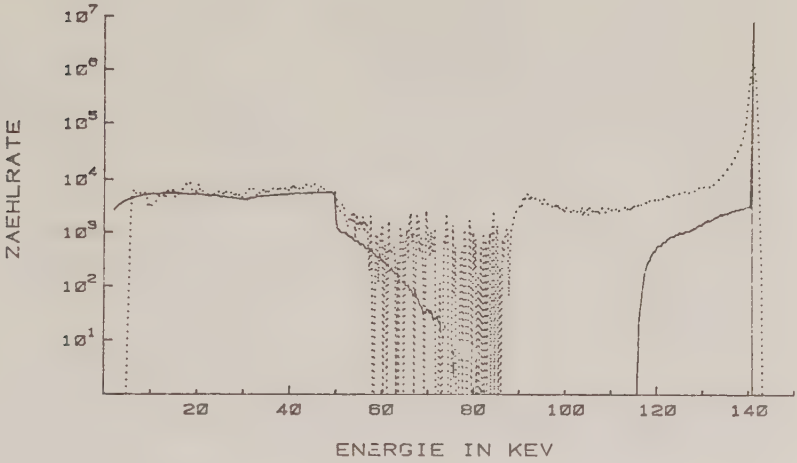


Abb.8 Vergleich eines gemessenen(·····) und berechneten(——) Energiespektrums von $^{99}Tc^{m}$. Die beiden Spektren sind auf gleiche Gesamtzählrate normiert.

Da die beiden Spektren auf gleiche Gesamtzählrate normiert sind, lassen sie sich direkt miteinander vergleichen. Sehr gut zu erkennen ist die qualitativ und quantitativ gute Überein-

stimmung des Comptonuntergrundes bis zur Comptonkante.
Die im Energiebereich zwischen 50 und 87 keV liegenden starken Schwankungen des Meßspektrums rühren von der sehr geringen Zählrate in diesem Bereich her, die durch die Subtraktion des Raumuntergrundes entsteht (vgl.Abb.4). Die hier im berechneten Spektrum noch vorhandenen Zählraten sind durch mindestens zweifache Comptonstreuung entstanden. Während das berechnete Spektrum einen Anstieg vor dem Photopeak erst bei 115 keV ergibt ( die Energiedifferenz entspricht dem maximalen Streuwinkel der im Eintrittsfenster gestreuten Comptonquanten zum empfindlichen Teil des Detektors (Flügge,1958)), zeigt das Meßspektrum einen viel früheren und wesentlich höher liegenden Anstieg. Dieser frühere und vermehrte Anstieg ist größtenteils durch Blendenstreuung bedingt, bzw. unmittelbar vor dem Photopeak durch unvollständige Ladungssammlung im Detektor verursacht. Beide Effekte sind aber mit einem Monte-Carlo-Verfahren kaum erfaßbar. Trotz dieser nicht zu beseitigenden Diskrepanz wurde aufgrund der guten Übereinstimmung des Comptonuntergrundes das Monte-Carlo-Verfahren zur Korrektur der Energiespektren herangezogen.
Wie Abb.8 zeigt, ist im Meßspektrum kein Escape-Peak vorhanden. Abb.9 zeigt das nach dem Monte-Carlo-Verfahren mit Escape-Peak berechnete Energiespektrum im Vergleich zum Meßspektrum.

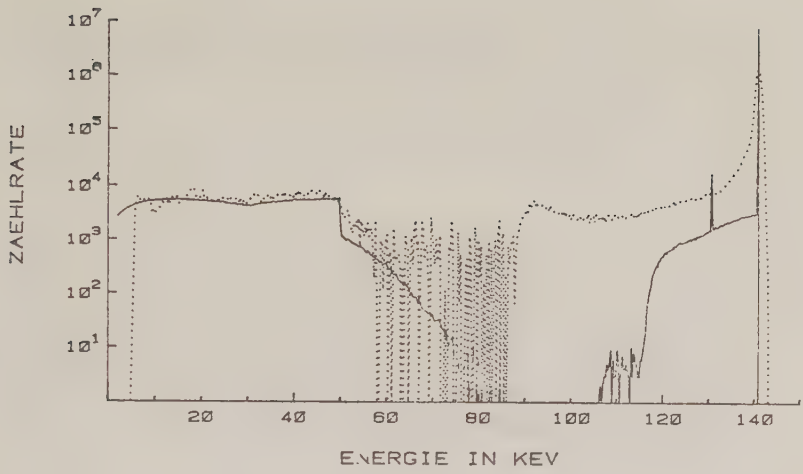


Abb.9 Vergleich eines gemessenen (·····) und eines mit Escape-Peak berechneten (——) Energiespektrums von $^{99}Tc^{m}$.

Aufgrund dieses Vergleiches wurde im Monte-Carlo-Programm auf die Möglichkeit des Escape-Peaks verzichtet, d.h., die Fluoreszenzquanten wurden grundsätzlich als absorbiert angesehen.

## 2.2 Schwächungskoeffizienten aus Literaturdaten und deren Vergleich mit experimentell ermittelten Schwächungskoeffizienten.

### 2.2.1 Verarbeitung von Schwächungskoeffizienten aus der Literatur.

Für die Berechnung von Schwächungskoefizienten wurden die atomaren Wirkungsquerschnitte nach Storm und Israel (1970) verwandt, die in Form einer Tabelle für die Ordnungszahlen 1 bis 100 und für die Energien von 1 keV bis 100 MeV vorliegen. Aus den atomaren Wirkungsquerschnitten $\sigma_a$ kann man den linearen Schwächungskoeffizienten nach folgender Gleichung berechnen (Hubbell und Berger,1965):

$$\mu = \rho L \frac{Z}{A} \sigma_a \qquad (4)$$

Dabei ist $\rho$ die Dichte des Absorbers, L die Avogadro-Zahl und Z/A das Verhältnis Ordnungszahl zu Atomgewicht. Im hier interessierenden Energiebereich von 2 bis 150 keV liegen 16 Stützstellen vor. Da in den meisten späteren Berechnungen nur Ordnungszahlen zwischen 4 und 13 verwendet werden, wurde ein Programm erstellt, das eine beliebige Interpolation sowohl bezüglich der Energie als auch bezüglich der Ordnungszahl durchführte. Als Datensatz diente eine 16 x 10 Matrix entsprechend den 16 Energiewerten sowie den 10 Ordnungszahlen. Für eine Interpolation bezüglich der Ordnungszahl wurden zunächst die 10 Stützstellen pro Energie interpoliert und anschließend diese bezüglich der Energie.
Interpolationen kann man auf verschiedene Weise durchführen. Die üblichsten Interpolationsverfahren, z.B. das Newtonsche Interpolationspolynom oder ein Approximationspolynom (Selder, 1973), besitzen den Nachteil, daß sie leicht oszillieren. Als einzig sinnvolle Interpolation hat sich daher die Spline-

Funktion ergeben (Saver - Szabo,1958), die zu keinerlei Oszillationen führt. Sie hat den Nachteil, daß sie praktisch nur mit einem Rechner erstellt werden kann, was aber in diesem speziellen Fall keine Probleme aufwarf. Das Programm wurde als Subroutine erstellt, so daß alle Programme Zugriff hatten, die Schwächungskoeffizienten benötigten.

### 2.2.2 Berechnung von Absorptionsspektren

Um die Anwendbarkeit der Literaturdaten für Meßverfahren, wie sie im später zu besprechenden Computertomographen realisiert sind, zu testen, wurde zunächst der mit dem Meßaufbau aus Abb.1 aus mehreren Absorptionsspektren bei verschiedenen Absorberdicken ermittelte relative Verlauf des linearen Schwächungskoeffizienten mit den entsprechenden Literaturdaten verglichen. Der absolute Verlauf konnte nicht ermittelt werden, da die Dosisleistung des Röntgengerätes nicht konstant war. Dies ergab aber keine sinnvollen Ergebnisse, da bereits geringfügige Schwankungen der Grenzenergie zu starken Verfälschungen des Verlaufes führten.
Aus diesem Grund wurde ein anderer Weg eingeschlagen, nämlich der direkte Vergleich von berechneten und gemessenen Absorptionsspektren verschiedener Absorbermaterialien und verschiedener Absorberdicken.
Zunächst soll das Verfahren zur Berechnung von Absorptionsspektren erläutert werden.
Der Ausgangspunkt zur Berechnung von Absorptionsspektren ist ein experimentell ermitteltes Energiespektrum mit einer Vorfilterung von 3 mm Aluminium. Dieses Spektrum wurde, wie bereits beschrieben, bezüglich des Untergrundes, der Aufstockungen und bezüglich der Nachweiswahrscheinlichkeit nach dem Monte-Carlo-Verfahren korrigiert. Unter der Annahme der "guten Geometrie", was bei dem verwandten Meßaufbau gewähr-

leistet war, kann auf jede Monoenergie des Spektrums das exponentielle Schwächungsgesetz gemäß Gl.5 angewandt werden.

$$I_x(E) = I_0(E)\, e^{-\mu(E)\cdot x} \qquad (5)$$

Dabei ist $I_x(E)$ die Intensität der Energie E mit dem Absorber der Dicke x, $I_0(E)$ die entsprechende Intensität ohne den Absorber und $\mu(E)$ der totale lineare Schwächungskoeffizient der Energie E.
Da die Energiespektren in digitaler Form vorlagen, wurde Gl.5 auf jeden Kanal angewandt, wobei $I_0(E)$ die Intensitätsverteilung des Eingangsspektrums darstellt und $I_x(E)$ diejenige des Absorptionsspektrums mit der Dicke x.
Die Schwächungskoeffizienten wurden, wie in 2.2 beschrieben, den Daten von Storm und Israel entnommen. Dies wurde für die Materialien Aluminium, Kupfer, Thermodet S 300 weiß (Polystyrolbutadien der Firma Flachglas AG) und für destilliertes Wasser durchgeführt.
Für die Elemente Aluminium und Kupfer ist dies ohne besonderen Aufwand möglich. Bei Molekülen bzw. Gemischen muß jedoch jede einzelne Komponente für sich ermittelt werden, da in diesem Fall der gesamte lineare Schwächungskoeffizient sich nach Gl.6 zu

$$\mu_{ges} = \rho_{ges} \sum_{i=1}^{k} \frac{g_i \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_i}{\sum_{i=1}^{k} g_i} \qquad (6)$$

errechnet, wobei $(\mu/\rho)_i$ der Massenschwächungskoeffizient der i-ten Komponente und $g_i$ der entsprechende Gewichtsanteil ist.
Besonders aufwendig war dieses Verfahren bei dem Kunststoff Thermodet, da dieser, nach Angaben der Firma Flachglas, aus mehreren Komponenten besteht.
Abb.10 zeigt das experimentelle, aber bereits korrigierte Eingangsspektrum und ein daraus errechnetes Absorptionsspektrum für 100 mm Aluminium.

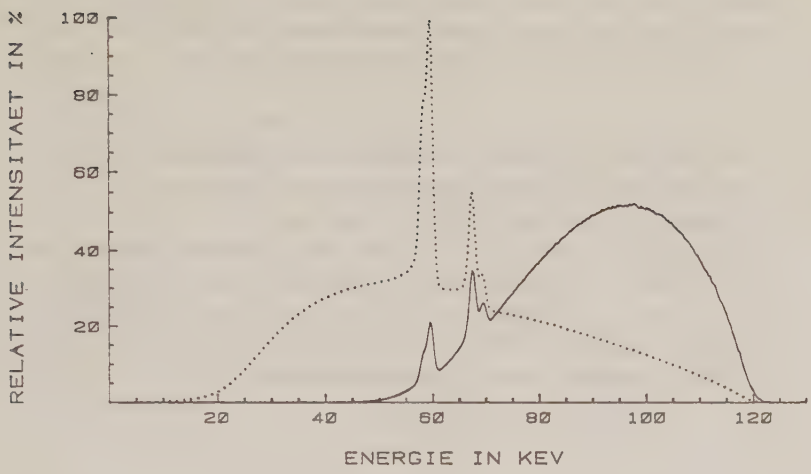


Abb.10 Experimentelles Eingangsspektrum(·····) und das daraus für 100 mm Aluminium berechnete Absorptionsspektrum (——)

Beide Spektren sind auf gleiche Gesamtintensität normiert und erlauben daher nur einen qualitativen Vergleich. Deutlich zu erkennen ist das typische Energiespektrum einer Röntgenröhre mit der Eigenstrahlung des Anodenmaterials, in diesem Fall Wolfram, und die aufhärtende Wirkung des Absorbers.

2.2.3 Vergleich von Relativwerten des linearen Schwächungskoeffizienten durch Vergleich von berechneten mit gemessenen Absorptionsspektren

Da, wie bereits erwähnt, eine absolute Bestimmung des Verlaufes des linearen Schwächungskoeffizienten mit Hilfe der Absorptionsspektren nicht möglich war, wurde zunächst ein Vergleich des relativen Verlaufes vorgenommen. Dazu wurden die berechneten und gemessenen Absorptionsspektren miteinander verglichen. Im Idealfall müßte sich der exakt gleiche relative Verlauf ergeben. Abb.11 zeigt einen solchen Vergleich für ein Absorptionsspektrum von 75 mm Aluminium.

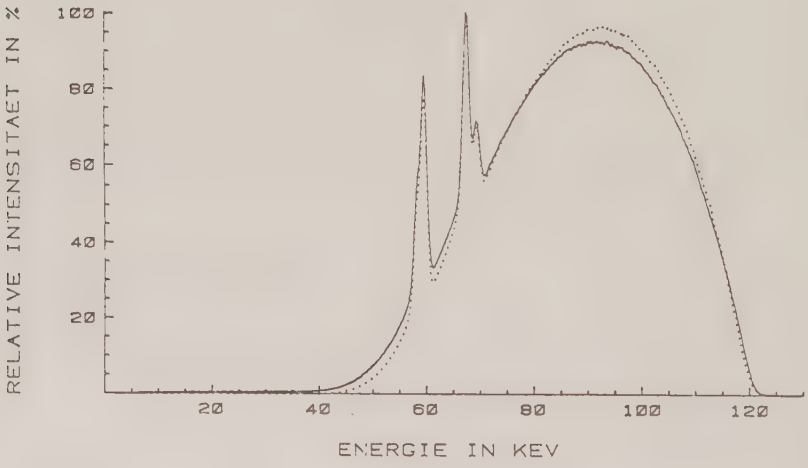


Abb.11 Vergleich von berechnetem (·····) und gemessenem (——) Absorptionsspektrum von 75 mm Aluminium

Abb.11 zeigt für beide Spektren einen qualitativ sehr ähnlichen Verlauf, nur daß das berechnete Spektrum etwas stärker aufgehärtet ist. Dies bedeutet, daß entweder die theoretischen Schwächungskoeffizienten einen zu steilen Abfall aufweisen, oder, daß durch Streueffekte das Meßspektrum zu niedrigen Energien hin verschoben ist. Letzteres ist dabei sicherlich der Fall, wie auch schon in Abb.7 zu erkennen war.
Nachdem die qualitative Übereinstimmung gewährleistet ist, kann man zum besseren Vergleich noch die über die Intensität gemittelte mittlere Energie $E_m$ nach Gl.2 für mehrere Absorberdicken heranziehen.
Die Abb.12, 13 und 14 stellen die aus den gemessenen und berechneten Absorptionsspektren errechneten mittleren Energien für Aluminium, Kupfer und Thermodet einander gegenüber.

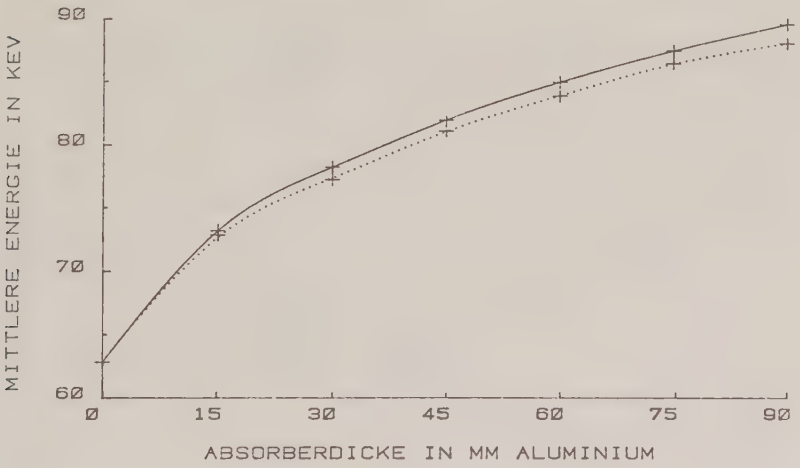


Abb.12 Mittlere Energie für berechnete (——) und gemessene (·····) Absorptionsspektren.

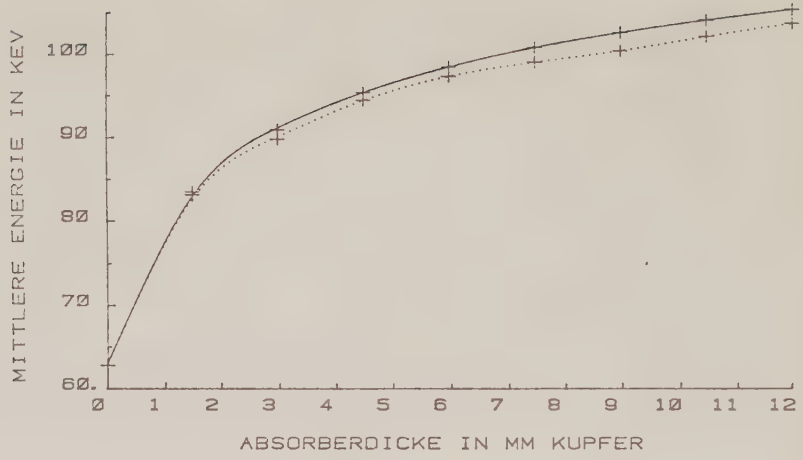


Abb.13 Mittlere Energien von berechneten (——) und gemessenen (·····) Absorptionsspektren für Kupfer

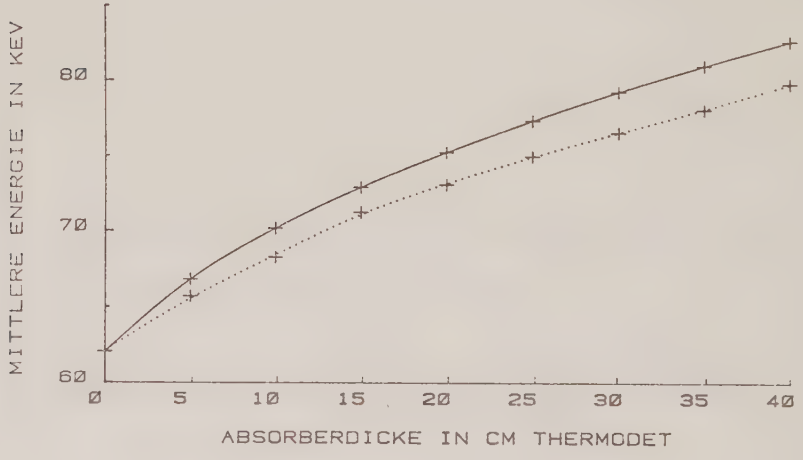


Abb.14 Mittlere Energien von berechneten (——) und gemessenen (·····) Absorptionsspektren für Thermodet

Die Abb.12, 13 und 14 spiegeln den qualitativ gleichen Verlauf der theoretischen und experimentellen Schwächungskoeffizienten wieder. Aber auch in dieser Darstellung ist die stärkere Aufhärtung der berechneten Absorptionsspektren gegenüber den gemessenen ersichtlich.
Die größten Abweichungen treten dabei für Thermodet auf, was aber wohl an der nicht exakten Kenntnis der Zusammensetzung liegen dürfte. Denn bei der experimentellen Durchführung der Absorptionsspektren hat sich die Reinheit der verwandten Materialien als entscheidend herausgestellt. Die zuerst mit 99,9 %-igem Aluminium durchgeführten Messungen ergaben eine weitaus stärkere Aufhärtung als die mit 99,999 %-igem Aluminium. Das gleiche galt für Kupfer, für das zuletzt Elektrolytkupfer verwandt wurde.

### 2.2.4 Vergleich von Absolutwerten des linearen Schwächungskoeffizienten

Bei Übereinstimmung des relativen Verlaufes der Schwächungskoeffizienten genügt zur Absolutbestimmung ein einziger Anschlußwert. Dies wurde mit der Gammastrahlung von $^{131}J$ durchgeführt, welche eine Energie von 35,48 keV besitzt. Bei der Auswertung wurde die Untergrundstrahlung und die Halbwertszeit von ca. 60 Tagen berücksichtigt.
Tab. 1 stellt die Ergebnisse gegenüber.

Tab.1 Vergleich von linearen Schwächungskoeffizienten für eine Energie von 35,48 keV

| Material | Schwächungsk.(1/cm) gemessen | Schwächungsk.(1/cm) nach Literaturdaten | prozentualer Fehler |
|---|---|---|---|
| Aluminium | 1,93 | 1,96 | 1,52 |
| Kupfer | 61,1 | 64,5 | 5,27 |
| Thermodet | 0,28 | 0,303 | 7,59 |

Der geringste Fehler tritt, wie auch in 2.2.3, bei Aluminium auf, was sicherlich an der extremen Reinheit des verwandten Aluminiums im Vergleich zu Kupfer und Thermodet lag.
Nach den Ergebnissen dieses und des vorigen Kapitels kann die Übereinstimmung der experimentellen Schwächungskoeffizienten mit den Literaturdaten als befriedigend angesehen werden, zumal der Fehler der Literaturdaten mit 5 bis 10 % angegeben wird, je nachdem ob Compton- oder Photoeffekt dominant ist.

## 2.3 Diskussion

Die experimentellen Untersuchungen dienten dem Zweck, die Basisdaten für das spätere Simulationsverfahren zu erstellen. Die Basisdaten lassen sich dabei in zwei Kategorien unterteilen.

1.) Die Bestimmung von Röntgenspektren und
2.) Die Anwendbarkeit von Schwächungskoeffizienten aus der Literatur für die Computertomographie.

Die Messung der spektralen Verteilung erfordert hochauflösende Detektorsysteme, wofür im Energiebereich bis 150 keV der GeLi am besten geeignet ist. Die Zählrate sollte dabei 1000 bis

2000 Quanten pro Sekunde nicht überschreiten. Ein derart geringer Photonenfluß wird in einer Röntgenröhre mit hohen Beschleunigungsspannungen allein schon durch die Freisetzung von Elektronen aus der Kathode durch Feldemission überschritten. Die Grenze der Beschleunigungsspannung liegt je nach Röntgenröhre, Ausblendung und Abstand in der Größenordnung von 150 kV. Für die in dieser Arbeit erforderlichen Messungen war dieser Bereich gerade noch ausreichend. Bei geringeren Spannungen reicht die Feldemission allerdings nicht aus, so daß die Kathode beheizt werden muß, um den gewünschten Photonenfluß zu erreichen.

Nach der Justierung des Meßaufbaus und der Elektronik stellen die sich anschließenden Korrekturen, die aufgrund systematischer Fehler bei der Messung erforderlich sind, das Hauptproblem zur exakten Bestimmung von Röntgenspektren dar.

Die Korrektur des Raumstrahlungsuntergrundes ist, sofern dieser konstant ist, einfach durchzuführen. Die Korrektur von Aufstockungen im Detektor ist bei den erwähnten geringen Zählraten vernachlässigbar, nicht dagegen die Korrektur von Aufstockungen im Verstärkerteil, die sich als äußerst kompliziert erweisen kann (Waibel,1969). Da jedoch bei geringen Zählraten der Einfluß der Pile-Up-Korrektur nur schwach ist, genügte es, wie in 2.1.3 beschrieben, einen relativ einfachen Ansatz für die Korrektur zu verwenden. Günstiger wäre es natürlich, Verstärker mit Pile-Up-Unterdrückung zu verwenden.

Der schwierigste und auch zeitaufwendigste Teil der Korrektur ist die Berücksichtigung der Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors, unter der man im wesentlichen zwei Aspekte versteht. Die Korrektur bezüglich der Totalabsorption der Quanten ist zwar in dem verwandten Monte-Carlo-Programm enthalten, sie ist jedoch bei Verwendung von entsprechend dicken Detektoren unnötig, da z.B. ein 100 keV Quant einen 5 cm dicken GeLi-Detektor nur mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. $4 \cdot 10^{-5}$ % ohne Wechselwirkung durchquert.

Der zweite Aspekt der Nachweiswahrscheinlichkeit, nämlich die Verfälschung der Spektren durch Comptonstreuung, läßt sich, wie

in Abb.8 gezeigt wurde, durch ein Monte-Carlo-Programm sehr gut approximieren.
Unberücksichtigt bleibt der Einfluß der Blendenstreuung auf die gemessenen Röntgenspektren, da diese selbst mit einem Monte-Carlo-Programm kaum zu erfassen ist. Eine Möglichkeit zu ihrer Erfassung bestünde in der experimentellen Bestimmung der Blendenstreuung mit Gammastrahlern analog zur experimentellen Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit. Ob dies zu einer Verbesserung der Meßergebnisse führte, ist jedoch sehr fraglich, da es sich gezeigt hat, daß die Reproduzierbarkeit der Meßspektren bei im Prinzip gleichem, aber neu erstelltem Meßaufbau relativ schlecht war. Die mittlere Energie schwankte dabei bis zu 2 keV, während sie bei mehrmaligem Messen mit unverändertem Meßaufbau sehr gut reproduzierbar war. Die Schwankung der mittleren Energie bei neuem Meßaufbau ist also zweifelsohne einer veränderten Blendenstreuung zuzuschreiben.
Interessant ist noch der Einfluß der einzelnen Korrekturen. Die Subtraktion des Untergrundspektrums und die Pile-Up-Korrektur bewirkten eine Verringerung der mittleren Energie, während die Korrektur zur Nachweiswahrscheinlichkeit eine Erhöhung dieser zur Folge hat. Bei einem Röntgenspektrum mit 3 mm Al Vorfilterung ergab sich insgesamt die sehr geringe Erhöhung der mittleren Energie von 0,3 keV, die allein durch eine geringfügige Schwankung der Hochspanung verursacht werden kann. Wollte man das später beschriebene Verfahren in die Praxis der Computertomographie einführen, wäre noch zu überprüfen, ob sich der Aufwand der vielfältigen Korrekturen im Ergebnis niederschlägt oder nicht, bzw. ob die Korrekturen nicht durch empirische Korrekturglieder, die an einigen Testphantomen bestimmt werden, ersetzt werden könnten. Damit ließen sich auch andere, ansonsten nicht erfaßbare Einflüsse, pauschal eliminieren.
Möchte man die spektrale Verteilung eines Computertomographen bestimmen, der nicht mit einer konstanten Hochspannung, sondern im Impulsbetrieb arbeitet, so kommt eine weitere Schwierigkeit hinzu. Denn hierbei ist es nicht mehr zulässig, die spektrale

Verteilung ohne Kathodenheizung zu messen, da der Spannungsverlauf lastabhängig und die Feldemission zusätzlich stark spannungsabhängig ist. Ist der Spannungsverlauf im Normalbetrieb bekannt, so könnte man das Gesamtspektrum durch Überlagerung von mit entsprechender Zeitgewichtung bei verschiedenen Hochspannungen gemessenen Verteilungen errechnen. Ein anderes Verfahren zur Messung von Röntgenspektren bei hohem Photonenfluß ist die indirekte Messung der spektralen Verteilung durch Streuexperimente (Enz,1981 und Enz und Christ, 1981). Beide Verfahren erfordern jedoch einen sehr großen Aufwand.

Die zweite Aufgabe der experimentellen Untersuchungen, nämlich die Überprüfung der Anwendbarkeit der Schwächungskoeffizienten aus der Literatur für die Computertomographie, wurde an einem Meßaufbau simuliert, der den geometrischen Verhältnissen der Computertomographie angepaßt war. Im speziellen Fall wäre es natürlich wünschenswert, diese Messung am Computertomographen selbst durchzuführen, um die tatsächlichen Streuverhältnisse und Blendeneffekte direkt erfassen zu können.

Zusammenfassend kann aber wohl gesagt werden, daß die Literaturdaten den erforderlichen Ansprüchen genügen, zumal sich gezeigt hat, daß die Meßergebnisse schon durch geringste Verunreinigungen der Absorbermaterialien eine starke Veränderung erfahren, was dem starken Einfluß des Photoeffektes im verwandten Energiebereich zuzuschreiben ist.

# 3 Theoretische Grundlagen

## 3.1 Der Schwächungskoeffizient eines Gemisches für ein heterogenes Röntgenspektrum

### 3.1.1 Ansatz für den Schwächungskoeffizienten

In dem in dieser Arbeit interessierenden Energiebereich zwischen 2 und 150 keV kommen als Wechselwirkungen der Röntgenstrahlung mit Materie nur Photoeffekt, Comptonstreuung und Rayleighstreuung in Betracht. Aus den Literaturdaten nach Storm und Israel sind für diese Wechselwirkungen die atomaren Wirkungsquerschnitte in barn pro Atom gegeben. Aus den atomaren Wirkungsquerschnitten erhält man den Massenschwächungskoeffizienten nach Gl.7 zu:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{L}{A}\left(\sigma_p + \sigma_c + \sigma_R\right) = \frac{L}{A}\,\sigma_{tot} \qquad (7)$$

Dabei ist L die Avogadro-Zahl, A das Atomgewicht des Absorbers und $\sigma_{tot}$ die Summe der atomaren Wirkungsquerschnitte von Photoeffekt, Compton- und Rayleighstreuung. Faßt man die beiden Streuprozesse zusammen, so erhält man:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{L}{A}\left(\sigma_p + \sigma_s\right) \qquad (8)$$

wobei $\sigma_p$ den atomaren Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt und $\sigma_s$ den für Streuung bedeutet. Die atomaren Wirkungsquerschnitte sind dabei noch von der Energie der Röntgenstrahlung sowie der Ordnungszahl des Absorbers abhängig. Eliminiert man in Gl.8 die Abhängigkeit von der Ordnungszahl durch einen Potenzansatz, so erhält man:

$$\frac{\mu}{\rho}(E) = \frac{L}{A}\left( Z^{n+1}\,\sigma'_p(E) + Z^m\,\sigma'_s(E)\right) \qquad (9)$$

Dabei bedeuten $\sigma'_p$ bzw. $\sigma'_s$ die nur noch energieabhängigen atomaren Wirkungsquerschnitte.
Die Exponenten n und m sind zunächst noch offen. In der Literatur wird n zwischen 3 und 4 angegeben und m ungefähr zu 1 (White,1977). Mit m = 1 läßt sich Gl.9 zu

$$\frac{\mu}{\rho}(E) = \frac{L\,Z}{A}\left(Z^n\,\sigma'_p(E) + \sigma'_s(E)\right) \qquad (10)$$

umformen, wobei die Größe N = LZ/A die Elektronendichte pro Gramm angibt. Der lineare Schwächungskoeffizient ergibt sich jeweils aus den Gln. 7 bis 10 durch Multiplikation mit der Dichte $\rho$.

### 3.1.2 Der Schwächungskoeffizient für eine Mischung

Besteht ein Absorber aus mehreren Komponenten mit den Massenschwächungskoeffizienten $\mu(E)/\rho$ , so ergibt sich der gesamte Massenschwächungskoeffizient der Mischung nach Gl.11 zu:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}(E)\right)_{ges} = \frac{\sum_{i=1}^{k} g_i \left(\frac{\mu}{\rho}(E)\right)_i}{\sum_{i=1}^{k} g_i} \qquad (11)$$

Dabei ist $g_i$ der Gewichtsanteil der i-ten Komponente. Möchte man den Absorber formal zu einer Komponente zusammengefaßt betrachten, d.h., möchte man Gl.11 in der Form von Gl.10 schreiben, so muß man diesem "homogenen" Absorber eine effektive Ordnungszahl und eine Elektronendichte zuschreiben (Markus,1956). Gl.10 erhält dann die Form:

$$\left( \frac{\mu}{\rho}(E) \right)_{ges} = N \left( Z_{eff}^{n} \, \sigma_p'(E) + \sigma_s'(E) \right) \tag{12}$$

mit

$$N = L \sum_{i=1}^{k} \frac{g_i \frac{Z_i}{A_i}}{\sum_{i=1}^{k} g_i} \tag{13}$$

und

$$Z_{eff}^{n} = \sum_{i=1}^{k} \frac{g_i \frac{Z_i}{A_i} Z_i^{n}}{\sum_{i=1}^{k} g_i \frac{Z_i}{A_i}} \tag{14}$$

wie man durch Einsetzen leicht verifizieren kann.

### 3.1.3 Der Schwächungskoeffizient für ein heterogenes Röntgenspektrum

Liegt ein polyenergetisches Röntgenspektrum vor, so berechnet sich der gesamte Massenschwächungskoeffizient aus dem mit der Intensität der jeweiligen Energie gewichteten Mittelwert aller Massenschwächungskoeffizienten. Gl.12 stellt sich dann folgendermaßen dar (ICRU-Report 17,1970):

$$\left( \frac{\mu}{\rho} \right)_{ges,I} = \frac{\int_0^{E_{gr}} \left( \frac{\mu}{\rho}(E) \right)_{ges} I_0(E) \, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_0(E) \, dE} \tag{15}$$

wobei der Index I für die spektrale Verteilung eines Röntgenspektrums steht. Setzt man Gl.12 in Gl.15 ein, so ergibt sich:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{ges,I} = N\, Z_{eff}^{n} \frac{\int_0^{E_{gr}} \sigma'_p(E)\, I_0(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, dE} + N \frac{\int_0^{E_{gr}} \sigma'_s(E)\, I_0(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, dE} \qquad (16)$$

Die energieunabhängigen Größen sind dabei vor die Integrale gezogen worden.
Für ein fest vorgegebenes Röntgenspektrum sind die beiden Integralausdrücke in Gl.16 jeweils konstant, da die Z-Abhängigkeit bereits durch den Potenzansatz herausgezogen wurde, so daß man schreiben darf:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{ges,I} = N \left(Z_{eff}^{n}\, p + s\right) \qquad (17)$$

Dabei stehen p und s als Abkürzungen für die beiden Integralausdrücke in Gl.16.

### 3.1.4 Darstellung der Z-Abhängigkeit von Photoeffekt und Streuung durch Potenzgesetze

Ungeklärt ist noch die Frage nach den beiden Exponenten für Photoeffekt und Streuung in den Potenzansätzen. Leider läßt sich kein einheitliches Potenzgesetz für alle Energien und alle Ordnungszahlen angeben. Um ein praktikables Ergebnis zu erhalten, wurde der in der Computertomographie übliche Energiebereich mit Grenzenergien zwischen 90 und 130 keV und der interessierende Ordnungszahlbereich zwischen Z = 4 und Z = 13 herausgegriffen und für diesen Teilbereich ein Exponent ermittelt. Konkret wurde so vorgegangen, daß die beiden Größen p und s aus Gl.17 mit mehreren Intensitätsverteilungen für die Ordnungszahlen 4 bis 13 berechnet wurden.

Für die Schwächungskoeffizienten wurden die Literaturdaten nach 2.2.1 verwandt. Die Größen p und s müßten bei Richtigkeit der Potenzgesetze einen jeweils konstanten Wert ergeben. Da dies nicht der Fall war, wurde für den Exponenten des Photoeffektes derjenige Wert genommen, der die geringste Standardabweichung für die 10 Ordnungszahlen ergab. Dies war für mehrere spektrale Verteilungen mit einer Grenzenergie zwischen 96 und 125 keV der Wert 3,6, wobei die prozentuale Standardabweichung bei 3 % lag. Dieser Exponent wurde dann generell für den Photoeffekt angesetzt.

Für die Streuung ergibt sich ein Problem dadurch, daß die geringste prozentuale Standardabweichung bei einem Exponenten von 1,15 auftritt und nicht bei einem Exponenten von 1, wobei sie dabei von 1,7 % auf 6 % steigt. Würde man den Exponenten nicht zu 1 wählen, so ließe sich Gl.17 nicht in dieser Form mit den beiden Variablen N und $Z_{eff}$ darstellen, sondern es müßte ein weiterer Parameter hinzugenommen werden. Die um ca. 4 % vergrößerte Standardabweichung wird an dieser Stelle bewußt in Kauf genommen, da ansonsten das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren nicht durchführbar wäre. Eine Erweiterung des Verfahrens auf 3 Parameter ist zwar theoretisch denkbar, aber praktisch undurchfürbar.

In der Praxis ist der tatsächliche Fehler ohnehin noch geringer, da der Bereich der Ordnungszahlen von 4 bis 13 für die Computertomographie sehr weit gefaßt ist und auch, wie später gezeigt wird, eine Variation von s und p sich nur schwach auswirkt. Die Abb. 15 und 16 zeigen die Abhängigkeiten der oben besprochenen Größen p für den Photoeffekt und s für die Streuung jeweils von der Ordnungszahl.

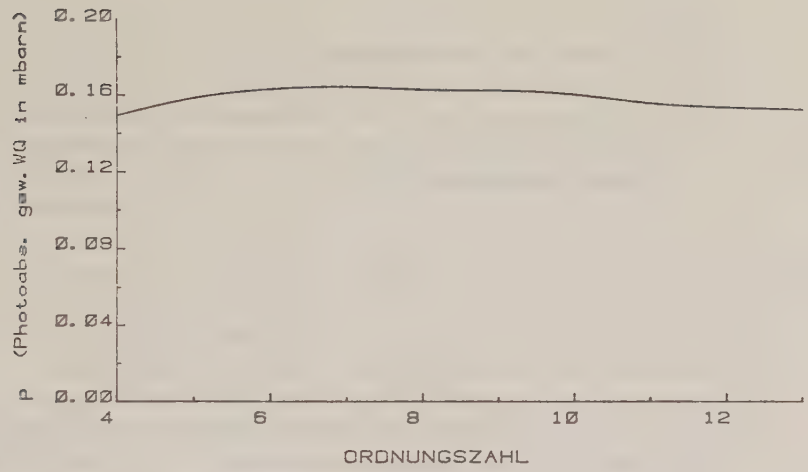


Abb.15 Abhängigkeit der Größe p von der Ordnungszahl

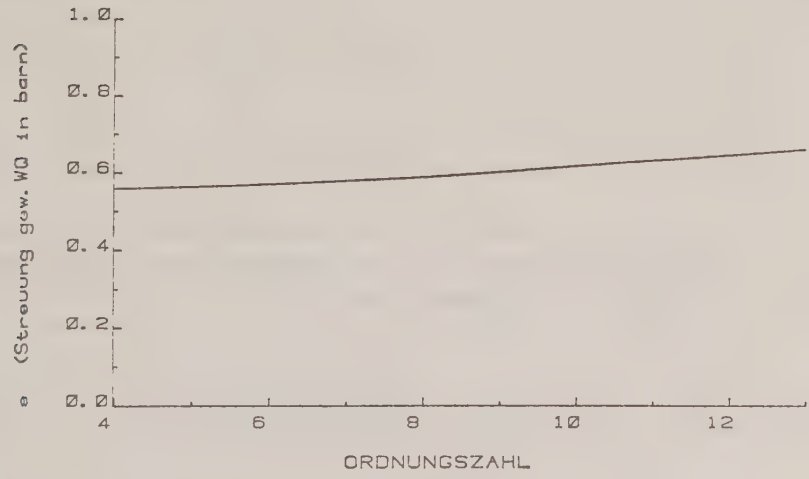


Abb.16 Abhängigkeit der Größe s von der Ordnungszahl

## 3.2 Die Zwei-Spektren-Methode

### 3.2.1 Berechnung der effektiven Ordnungszahl und der Elektronendichte aus den Schwächungskoeffizienten zweier Energiespektren

Bestimmt man von einer unbekannten Substanz den linearen Schwächungskoeffizienten bei zwei unterschiedlichen Strahlenqualitäten, also bei unterschiedlicher spektraler Verteilung der Röntgenstrahlung, so hat man damit zwei Bestimmungsgleichungen für die beiden Unbekannten $Z_{eff}$ und N der untersuchten Substanz (Bagge,1976). Bezeichnet man mit $p_1$, $p_2$, $s_1$ und $s_2$ die für die beiden spektralen Verteilungen 1 und 2 berechneten Konstanten für Photoeffekt und Streuung und mit $\mu_1$ und $\mu_2$ die jeweiligen linearen Schwächungskoeffizienten, so erhält man nach Gl.17 für die beiden spektralen Verteilungen:

$$\mu_1 = \rho N ( Z_{eff}^n p_1 + s_1 ) \qquad (18a)$$

$$\mu_2 = \rho N ( Z_{eff}^n p_2 + s_2 ) \qquad (18b)$$

Dabei ist das Produkt $\rho \cdot N$ die Elektronendichte pro Volumeneinheit, wofür man die Abkürzung D einführen kann. Die Gln.18 nach $Z_{eff}$ und D aufgelöst, ergibt:

$$Z_{eff} = \left( \frac{\mu_1 s_2 - \mu_2 s_1}{\mu_2 p_1 - \mu_1 p_2} \right)^{\frac{1}{n}} \qquad (19)$$

$$D = \frac{\mu_2 p_1 - \mu_1 p_2}{p_1 s_2 - p_2 s_1} \qquad (20)$$

Zur Bestimmung der effektiven Ordnungszahl und der Elektronendichte einer unbekannten Struktur müssen also einerseits die Konstanten p und s bei zwei verschiedenen Intensitätsverteilungen bekannt sein und andererseits mit den gleichen Intensitätsverteilungen die jeweiligen linearen Schwächungskoeffizienten gemessen sein. Dann lassen sich die beiden Unbekannten aus den Gln. 19 und 20 errechnen.

## 3.3 Diskussion

Die theoretischen Grundlagen stellen bis auf eine Ausnahme ein in sich konsistentes System dar, nämlich der nicht vollständigen Konstanz der beiden Integralausdrücke p und s aus den Gln.16 und 17 als Funktion der Ordnungszahl, wie es in den Abb.15 und 16 dargestellt ist.
Die Z-Abhängigkeit des Photoeffektes läßt sich durch einen Potenzansatz nicht exakt darstellen, wobei der Fehler bei einer Beschränkung auf einen engen Bereich der Ordnungszahlen gering ist. Zwischen Z = 4 und Z = 13 beträgt die maximale Abweichung der verschiedenen p-Werte ca. 8 % und die prozentuale Standardabweichung für die Werte der 10 Ordnungszahlen 3 %. Erschwerend kommt allerdings hinzu, daß der Exponent für den Photoeffekt noch eine gewisse Energieabhängigkeit besitzt, was bedeutet, daß die spektrale Verteilung der Röntgenstrahlung in der Wahl des Exponenten Niederschlag finden muß. Bei einer Erhöhung der mittleren Energie muß der Exponent vergrößert werden, da der Photoeffekt bei höheren Energien eine stärkere Z-Abhängigkeit aufweist. Diese veränderte Abhängigkeit ist allerdings gering, da sich der Wert für den Exponenten bei verschiedenen spektralen Verteilungen mit Grenzenergien zwischen 96 und 125 keV nur um maximal 0,04 änderte, so daß für die Computertomographie, bei der die spektrale Verteilung nur in gewissen Grenzen schwankt, hierauf keine Rücksicht genommen werden muß. In den späteren Anwendungen wurden für $p_1$ und $p_2$ , d.h. also für den

Integralausdruck p bei zwei verschiedenen spektralen Verteilungen, die entsprechenden Werte für dest. Wasser eingesetzt, das einen Bezugspunkt der Computertomographie darstellt.
Es wäre denkbar und auch ohne allzu großen Aufwand möglich, die Werte für $p_1$ und $p_2$ in Abhängigkeit von der Ordnungszahl zu variieren. Die dadurch erreichbare Verbesserung ist allerdings gering, da sich, wie später noch ausführlich diskutiert wird, eine gleichgerichtete Abweichung von $p_1$ und $p_2$ nur schwach auswirkt.
Etwas anders liegt der Fall für den Exponenten der Streuung, also für die Konstanz des Integralausdrucks s.
Berechnet man die Comptonstreuung nach der Klein-Nishina-Gleichung, d.h. mit der Näherung für ruhende, freie Elektronen, so ergibt sich der atomare Wirkungsquerschnitt direkt proportional zur Ordnungszahl. Dies hat zur Folge, daß der auf diese Weise errechnete Integralausdruck s tatsächlich unabhängig von der Ordnungszahl wäre und damit eine Konstante darstellte. Je geringer die Energie der einfallenden Röntgenstrahlung und je höher die Ordnungszahl des Absorbers ist, desto stärker machen sich die Bindungskräfte der Elektronen bemerkbar, so daß Korrekturen anzubringen sind, die ihrerseits eine Abhängigkeit von der Ordnungszahl besitzen, so daß die Konstanz des Integralausdrucks s auch schon für Comptonstreuung allein verlorengeht. Um in Gl.12 die Anzahl der freien Parameter auf zwei begrenzen zu können, wurden die Wirkungsquerschnitte der Rayleighstreuung in diejenigen der Comptonstreuung mitaufgenommen. Rayleighstreuung findet im wesentlichen bei geringen Energien statt und zeigt eine quadratische Abhängigkeit von der Ordnungszahl. Würde man die Rayleighstreuung für sich betrachten, so müßte eine zusätzliche Variable eingeführt werden, nämlich eine effektive Ordnungszahl für die Rayleighstreuung, wobei diese nicht mit der effektiven Ordnungszahl des Photoeffektes identisch wäre. Effektive Ordnungszahl ist nämlich nicht als eine Materialeigenschaft im üblichen Sinne zu verstehen, sondern als eine Eigenschaft eines bestimmten Wechselwirkungsprozesses in diesem Material. Der Beitrag der Rayleighstreuung

ist jedoch so gering, daß die Empfindlichkeit und Genauigkeit der Meßverfahren diese dritte Variable nicht auflösen könnte. Denn in dem Energiebereich, in dem Rayleighstreuung überhaupt relevant ist, dominiert ja gerade die Photoabsorption.
Es ist daher zweckmäßig, Rayleighstreuung und Comptonstreuung zusammenzufassen und die geringfügig erhöhte Inkonstanz des Integralausdrucks s in Kauf zu nehmen.
Wie für die Größe p wäre es prinzipiell möglich, s als Funktion der Ordnungszahl zu verwenden, wobei auch für s gilt, daß eine gleichgerichtete Abweichung für zwei spektrale Verteilungen sich im Ergebnis kaum niederschlägt, so daß auch für s im folgenden die Werte für dest. Wasser eingesetzt wurden.

# 4 Simulation einer computertomographischen Messung mit anschließender Iterationskorrektur

## 4.1 Der Computertomograph

### 4.1.1 Aufbau und Meßverfahren

Die Computertomographie ist erstmals 1972 (Hounsfield,1972) vorgestellt worden, obwohl die theoretischen Voraussetzungen des Transversalschichtverfahrens bereits seit 1917 (Radon,1917) bekannt sind. Viele Gründe sind für die späte Anwendung verantwortlich, insbesondere Probleme der Erfassung und Verarbeitung der Meßdaten, die erst in jüngster Zeit durch die Entwicklung schneller Rechner gelöst wurden.
Im Gegensatz zur herkömmlichen Röntgendiagnostik, die als Bild immer eine mehr oder weniger starke Überschichtung vieler Ebenen ergibt, liefert die Computertomographie mittels verschiedener mathematischer Algorithmen ein überschichtungsfreies Bild, das sich aus einer Vielzahl von Einzelmeßergebnissen zusammensetzt, die ihrerseits durchaus eine Überschichtung enthalten.
In der Computertomographie wird die zu untersuchende Struktur in einer Ebene mit einem feinen Röntgenstrahl unter verschiedenen Richtungen durchstrahlt und die Schwächung des Röntgenstrahls gemessen. Die untersuchte Schicht wird in eine Matrix von üblicherweise 256 auf 256 oder 512 auf 512 Bildelementen aufgeteilt. Jedem Matrixelement wird ein Schwächungswert für die Röntgenstrahlung zugeordnet, was durch verschiedene Grautöne oder verschiedene Farbtöne wieder sichtbar gemacht werden kann. Da man nur das Verhältnis der Intensitäten mit und ohne Absorber messen kann, muß dieses Meßsignal logarithmiert werden, um gemäß dem Schwächungsgesetz nach Gl.5 einen linearen Schwächungskoeffizienten zu erhalten. Die Schwächungswerte der einzelnen Matrixelemente werden üblicherweise auf diejenigen

von dest. Wasser nach Gl.21 (Hounsfield,1973)

$$CT = \frac{\mu_x - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \; 1000 \qquad (21)$$

normiert, so daß dest. Wasser einen CT-Wert von 0 und Luft einen CT-Wert von ca. -1000 erhält. Abb.17 zeigt das Blockschaltbild eines Fächerstrahlcomputertomographen.

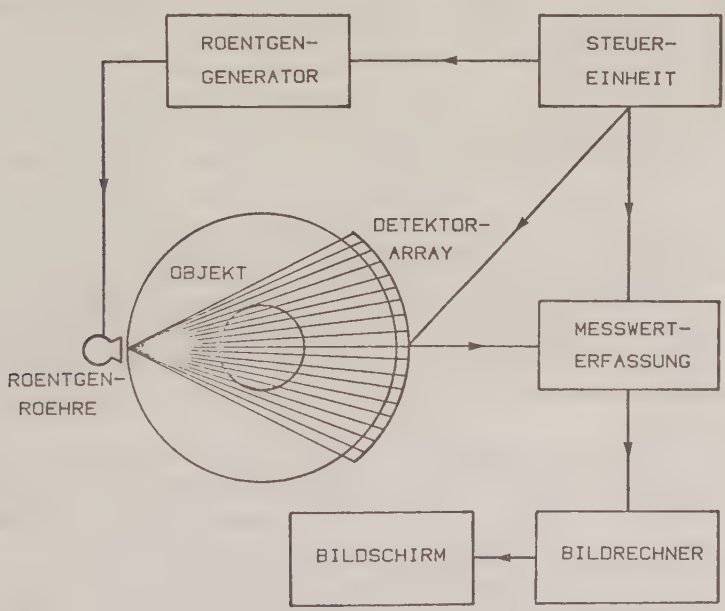


Abb.17 Blockschaltbild eines Fächerstrahlcomputertomographen

Frühere Geräte erfaßten die Meßdaten durch ein gekoppeltes Translations- und Rotationssystem von Röntgenröhre und Detektoren (Rogalsky,1976). Die Meßzeit pro Schicht lag dabei bei ca. 20

bis 30 s. Durch die Fächerstrahltechnologie, bei der eine Vielzahl von Detektoren eine gemeinsame Rotation mit der Röntgenröhre durchführen, konnte die Meßzeit auf 2 bis 5 s reduziert werden (Schwierz,1977). Die Detektoren nehmen dabei pro Winkelstellung simultan Meßwerte auf. Die Anzahl der Detektoren liegt in der Größenordnung von 250. Wird eine Messung pro Grad durchgeführt, so erhält man ca. 100 000 Meßwerte pro Schicht. Die Röntgenröhren von Fächerstrahl-computertomographen arbeiten üblicherweise im Impulsbetrieb. Als Detektoren sind vielerlei Systeme im Einsatz, so z.B. Szintillationskristalle, Halbleiterdetektoren und gasgefüllte Detektoren.

### 4.1.2 Bildgewinnung

Der Computertomograph liefert als Meßwert die Intensität eines Röntgenstrahls nach Durchgang einer Schicht. Logarithmiert man das Verhältnis Eingangsintensität zu Ausgangsintensität, so erhält man die mittlere Gesamtschwächung des Röntgenstrahls, wobei eine Mittelung sowohl bezüglich des Absorbers als auch bezüglich der spektralen Verteilung der Röntgenstrahlung erfolgt.
Um aus diesen Meßwerten die Verteilung der Schwächungswerte in der Schicht zu reproduzieren, gibt es vielerlei mathematische Algorithmen. So z.B. das Integralverfahren (Cormack,1964 und Friedman et al.,1974), das Matrixinversionsverfahren (Cho et al.,1974), das Iterationsverfahren und vor allem das Rückprojektionsverfahren, das die weiteste Verbreitung gefunden hat (Brooks und Di Chiro,1975).
Zum Einsatz in der Computertomographie sind praktisch nur das Iterationsverfahren und das Faltungsrückprojektionsverfahren gelangt.
Das Iterationsverfahren geht zunächst von einer willkürlichen Verteilung der Schwächungswerte aus, die mit den Meßergebnissen

unter allen Einstrahlrichtungen verglichen werden. Bei Auftreten von Differenzen werden diese jedem betroffenen Element anteilmäßig gutgeschrieben. Die einfachste Version dabei ist es, alle Projektionen zu berechnen und anschließend alle Differenzbeträge aufzuaddieren. Dies führt aber häufig zu starken Überkorrekturen, so daß man entweder eine Projektion nach der anderen vergleicht und die korrigierten Werte bereits für die nächsten Projektionen verwendet, oder, daß man punktweise die Projektionen durch ein einzelnes Matrixelement korrigiert. Nimmt man als Ausgangswert der Iteration die Schwächung Null für alle Elemente an, so ergibt das Iterationsverfahren im ersten Schritt das gleiche Ergebnis wie das Rückprojektionsverfahren in seiner einfachsten Art. Denn dabei wird das Meßergebnis einer jeden Projektion allen betroffenen Matrixelementen anteilmäßig gutgeschrieben, was im Falle eines Ausgangswertes von Null natürlich mit der Differenz identisch ist. Dieses einfache Rückprojektionsverfahren führt aber leider zu sternförmigen Artefakten, insbesondere bei starken Schwächungsunterschieden. Man kann sich dies leicht anhand eines Schattenbildes klarmachen, das z.B. ein Zylinder entwirft, der von der Seite unter mehreren diskreten Winkeln beleuchtet wird.

### 4.1.3 Korrekturen des CT-Schichtbildes

In dem am häufigsten benutzten Verfahren zur Bildgewinnung, dem Rückprojektionsverfahren, tritt bei einfacher Rückprojektion eine Artefaktbildung ein, die jedoch durch ein Faltungsverfahren weitgehend unterdrückt werden kann. Anschaulich gesprochen muß die Schattenbildung kompensiert werden. Dies kann dadurch erreicht werden, daß jede Projektion zu beiden Seiten hin negative Anteile beiträgt, so daß gerade die starke Schattenbildung großer Schwächung kompensiert wird. Anschaulich demonstriert dies Abb.18.

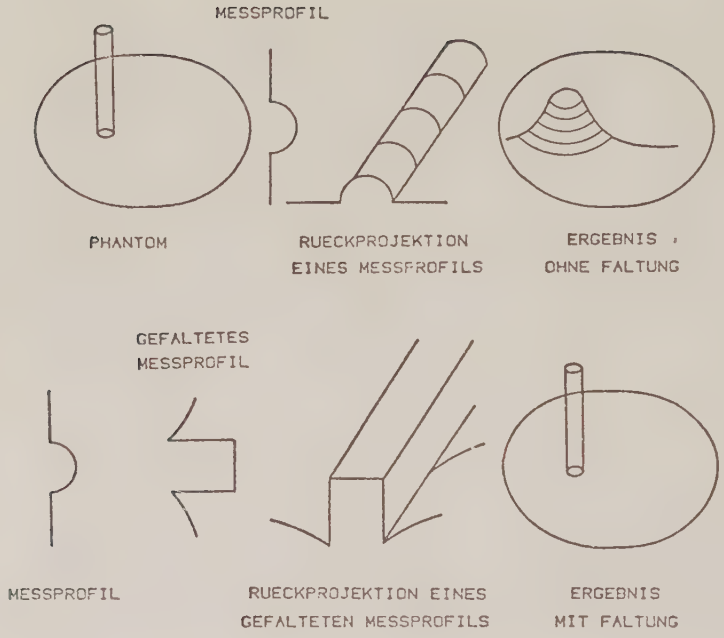


Abb.18 Demonstration des Faltungsrückprojektionsverfahrens. Die erste Reihe zeigt das Phantom mit einer zylinderförmigen Inhomogenität und das daraus im Rückprojektionsverfahren errechnete Bild. Die zweite Reihe zeigt den Einfluß der Faltung auf das Meßsignal und das Ergebnis.

Zu beachten ist dabei, daß die Faltung keine mathematische Lösung der Artefaktbildung darstellt, d.h., eine bestimmte Faltungsfunktion, auch Faltungskern genannt, kann nur eine bestimmte Struktur exakt auflösen. In der Praxis werden empi-

rische Faltungskerne benutzt, die den medizinischen Anforderungen der Computertomographie genügen.
Bei einer homogenen Struktur wäre eine Faltung, abgesehen von Randerscheinungen, nicht notwendig, da lokal keine vermehrte Schattenbildung auftreten kann. Eine solche Struktur würde aber dennoch kein homogenes Bild der Schwächung ergeben, da Computertomographen mit einem kontinuierlichen Röntgenspektrum arbeiten, das in der untersuchten Schicht Änderungen seiner spektralen Verteilung erfährt und zwar derart, daß die niederenergetischen Quanten relativ stärker als die höherenergetischen geschwächt werden. Diese Aufhärtung des Spektrums führt dazu, daß Matrixelemente in der Mitte des Querschnitts, bei der also der Röntgenstrahl unter allen Einstrahlrichtungen durch eine große Absorberdicke eine starke Aufhärtung erfährt, einen relativ geringen Schwächungswert ergeben, da mit zunehmender Aufhärtung der Schwächungskoeffizient abnimmt. Dies ergibt bei einem homogenen Phantom einen Durchhang der Schwächungswerte (Herman,1979 und Nalcioglu,1979). Dieser wird in der Regel durch eine empirische Aufhärtungskorrektur beseitigt, und zwar derart, daß ein homogenes Testphantom auch eine homogene Verteilung der Schwächungswerte ergeben muß. Dies bedeutet aber nicht, daß eine andere homogene Struktur ebenfalls ein homogenes Bild ergibt, da die Aufhärtung eines Röntgenspektrums auch vom Material des Absorbers abhängig ist. Eine derartige Aufhärtungskorrektur stellt also immer nur eine Näherung dar. Üblicherweise wird die Aufhärtungskorrektur für dest. Wasser durchgeführt.
Ein mit der Aufhärtungskorrektur verbundenes Problem ist die Frage nach dem Absolutwert der ermittelten Schwächungswerte. Der gemessene Schwächungswert eines Röntgenstrahls stellt sowohl eine Mittelung bezüglich des Absorbers dar, als auch bezüglich der spektralen Verteilung, die sich von Ort zu Ort verändert. Für ein Matrixelement ist der berechnete Schwächungswert also eine Mittelung über alle spektralen Verteilungen, die in der Schicht existieren. Führt man nun

eine Aufhärtungskorrektur durch, d.h., homogenisiert man für ein homogenes Phantom die Schwächungswerte, so kann man diese auf ein beliebiges absolutes Niveau heben oder absenken. Dann läßt sich aber nicht mehr angeben, für welche spektrale Verteilung die ermittelten Schwächungswerte Gültigkeit haben. In der medizinischen Anwendung, wie sie bisher hauptsächlich betrieben wurde, ist dies unerheblich, da hierbei nur Unterschiede der Schwächung interessieren. Es gibt aber durchaus auch Anwendungen der Computertomographie, in denen der Absolutwert der Schwächungskoeffizienten gefordert wird (Christ und Breitling,1978).

## 4.2 Simulation eines eindimensionalen Modells

### 4.2.1 Das eindimensionale Modell

Das Ergebnis einer computertomographischen Messung ist eine Verteilung von Schwächungswerten einer beliebigen komplexen Struktur in zwei Dimensionen. Im einfachsten Fall eines homogenen Körpers, dem nur ein einziger mittlerer linearer Schwächungskoeffizient zugeordnet werden soll, läßt sich eine computertomographische Messung auf eine gewöhnliche eindimensionale Absorptionsmessung reduzieren. Bestimmt man von einem homogenen Körper den mittleren linearen Schwächungskoeffizienten bei zwei spektralen Verteilungen, so läßt sich aus diesen in erster Näherung nach den Gln. 19 und 20 die effektive Ordnungszahl und Elektronendichte dieses Materials bestimmen. Die so ermittelten Parameter Ordnungszahl und Elektronendichte entsprechen nicht den tatsächlichen, da aufgrund der Aufhärtung die linearen Schwächungskoeffizienten, bezogen auf das Eingangsspektrum, zu niedrig liegen. Der Fehler wird natürlich um so größer sein, je dicker die Absorptionsschicht ist. Umgekehrt erhält man für den Grenzübergang, bei dem die Schichtdicke gegen Null geht, die "richtigen" linearen

Schwächungskoeffizienten und damit auch die richtigen Parameter Ordnungszahl und Elektronendichte. Über das Verhalten dieser Parameter bzw. über mögliche Fehlereinflüsse läßt sich mehr sagen, wenn man die Gln. 19 und 20 folgendermaßen umformt:

$$Z_{eff} = \left( \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} s_2 - s_1}{p_1 - \frac{\mu_1}{\mu_2} p_2} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{22}$$

$$D = \frac{p_1 - \frac{\mu_1}{\mu_2} p_2}{p_1 s_2 - p_2 s_1} \mu_2 \tag{23}$$

Führt man für $\mu_1/\mu_2$ das Verhältnis V ein, so erhält man:

$$Z_{eff} = \left( \frac{V s_2 - s_1}{p_1 - V p_2} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{24}$$

$$D = \frac{p_1 - V p_2}{p_1 s_2 - p_2 s_1} \mu_2 \tag{25}$$

Man sieht also, daß bei Konstanz der Größen s und p die effektive Ordnungszahl nur vom Verhältnis der bei zwei spektralen Verteilungen ermittelten Schwächungskoeffizienten abhängt, während die Elektronendichte auch noch eine Funktion des Absolutwertes der Schwächungskoeffizienten ist. Definiert man $V > 1$, d.h., ist $\mu_1$ größer als $\mu_2$, was im hier verwandten Energiebereich gleichbedeutend ist damit, daß die spektrale Verteilung von 1 niederenergetischer ist als die von 2, so erkennt man,

daß mit zunehmendem Verhältnis V die Ordnungszahl ebenfalls zunimmt, während die Elektronendichte abnimmt. Die Abb. 19 und 20 zeigen diesen Sachverhalt, in denen effektive Ordnungszahl und Elektronendichte als Funktion des Verhältnisses V dargestellt sind. Die Ergebnisse stellen Simulationsmeßergebnisse dar, in denen als Absorber eine Schicht von 1 cm Wasser der effektiven Ordnungszahl 7,52 und der Elektronendichte 0,333·10××24(1/ccm) vorgegeben wird und jeweils für zwei spektrale Verteilungen das Schwächungsgesetz angewandt wird.
Die Parameter $s_1$, $s_2$, $p_1$ und $p_2$ sind mit zwei spektralen Verteilungen der Grenzenergie 96 und 125 keV berechnet. Für $\mu_2$ ist der lineare Schwächungskoeffizient für Wasser als eines unendlich dünnen Absorbers eingesetzt.

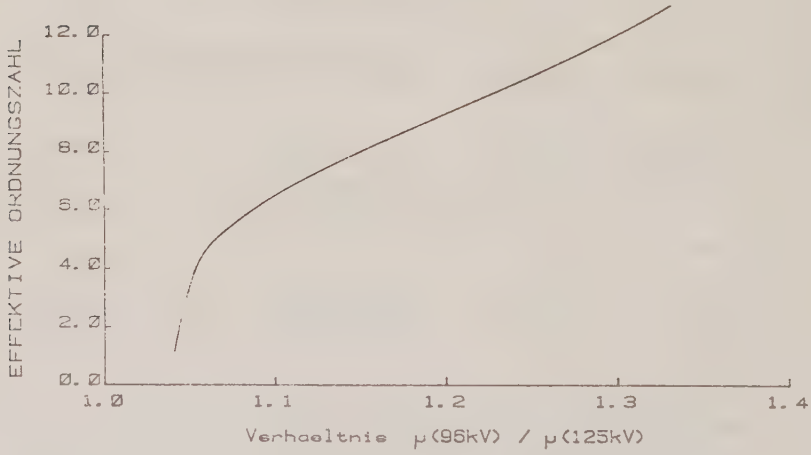


Abb.19 Abhängigkeit der effektiven Ordnungszahl von dem bei zwei spektralen Verteilungen ermittelten Verhältnis der linearen Schwächungskoeffizienten für dest. Wasser

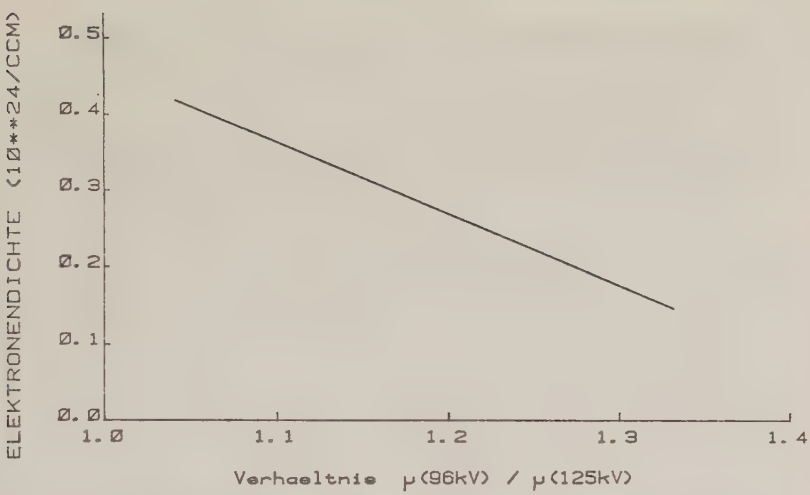


Abb.20 Abhängigkeit der Elektronendichte von dem bei zwei spektralen Verteilungen ermittelten Verhältnis der linearen Schwächungskoeffizienten für dest. Wasser

Zurückkommend auf die Frage, wie sich die aus Absorptionsmessungen ermittelten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte ergeben, kann nun folgendes gesagt werden: Da bei einer niederenergetischeren spektralen Verteilung der durch die Aufhärtung bedingte Fehler aufgrund des größeren Anteils des Photoeffektes größer ist als bei der höherenergetischeren Verteilung, ergibt sich das Verhältnis V grundsätzlich als zu klein und damit natürlich auch die effektive Ordnungszahl.
Aufgrund des zu kleinen Verhältnisses ergibt sich die Elektronendichte als zu groß. Diese wird aber noch vom Absolutwert der Schwächungskoeffizienten beeinflußt, der zu niedrig liegt, so daß im Fall der Elektronendichte keine allgemein gültige Aussage gemacht werden kann.

### 4.2.2 Iterationskorrektur des eindimensionalen Modells

Die in der Simulationsmessung nach 4.2.1 bestimmten linearen Schwächungskoeffizienten ergeben infolge der Aufhärtung einen zu geringen Wert, wenn man die linearen Schwächungskoeffizienten auf das Eingangsspektrum bezieht. Diese Tatsache bedeutet aber nicht, daß die Absorptionsmessung an sich falsch ist, wenn man von statistischen Schwankungen einmal absieht. Denn simuliert man in einer Nachrechnung eine derartige Absorptionsmessung mit den vorgegebenen Parametern effektive Ordnungszahl und Elektronendichte, so muß sich der experimentelle Wert des Schwächungskoeffizienten exakt wieder ergeben. Die aber nach den Gln. 22 und 23 berechneten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte entsprechen nicht den vorgegebenen, da die linearen Schwächungskoeffizienten, aus denen sie ermittelt wurden, zu niedrig lagen. Simuliert man also in einer Nachrechnung die Absorptionsmessung mit den "falschen" Parametern effektive Ordnungszahl und Elektronendichte, so fallen die daraus errechneten linearen Schwächungskoeffizienten noch niedriger aus als die der Messung.
Addiert man nun die Differenz zwischen Meßwert und nachgerechnetem Wert der linearen Schwächungskoeffizienten bei beiden spektralen Verteilungen zum entsprechenden Meßwert, so erhält man neue lineare Schwächungskoeffizienten, mit denen man erneut die Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte errechnen kann. Die Differenzen zwischen gemessenen und nachgerechneten Schwächungskoeffizienten werden zu Null, wenn die vorgegebenen mit den berechneten Parametern übereinstimmen. Die für die homogene Substanz errechneten Schwächungskoeffizienten werden von Iteration zu Iteration größer und konvergieren gegen den Wert, der sich ohne Aufhärtung für den unendlich dünnen Absorber ergeben würde.
Auf diese Weise erhält man also den für die jeweiligen Intensitätsverteilungen ohne Absorber gültigen linearen Schwächungskoeffizienten, unabhängig von der Dicke des Absorbers.

Die nächsten Abbildungen zeigen die Ergebnisse einer solchen Iterationskorrektur am Beispiel einer 1 cm starken Wasserschicht. Abb.21 zeigt zunächst das Verhalten des linearen Schwächungskoeffizienten bei einer spektralen Verteilung mit einer Grenzenergie von 96 keV.

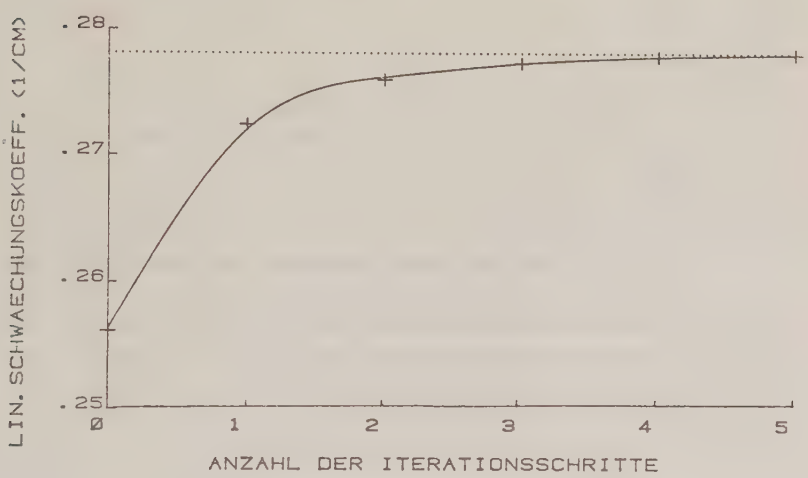


Abb.21 Linearer Schwächungskoeffizient in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationsschritte bei einer Grenzenergie von 96 keV

Die gepunktete Gerade in Abb.21 gibt den Wert für den unendlich dünnen Absorber an und die durchgezogene Linie den Verlauf in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationsschritte.
Das gleiche Ergebnis spiegeln die beiden nächsten Abbildungen wieder, in denen die aus den linearen Schwächungskoeffizienten errechneten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte dargestellt sind.
In Abb.22 ist zunächst die effektive Ordnungszahl aufgetragen.

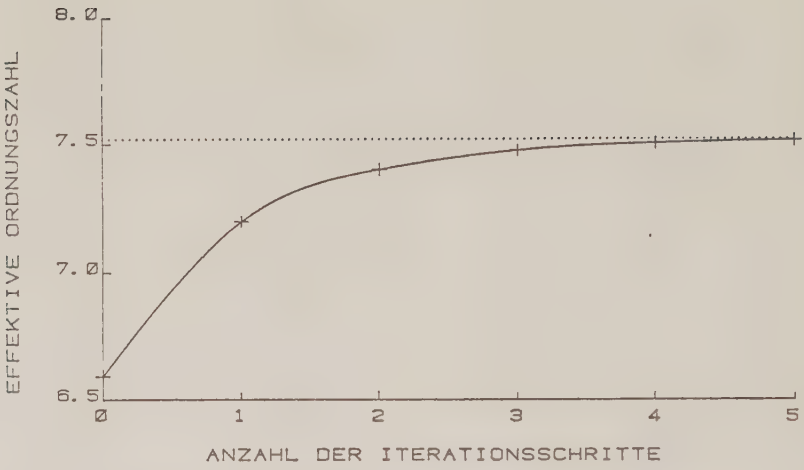


Abb.22 Abhängigkeit der effektiven Ordnungszahl von der Anzahl der Iterationsschritte

Abb.23 Abhängigkeit der Elektronendichte von der Anzahl der Iterationsschritte

Aus den drei letzten Abbildungen ist zu sehen, daß das Iterationsverfahren rasch konvergiert und bereits nach der fünften Iteration das theoretische Ergebnis nahezu erreicht hat.

### 4.2.3 Fehlerbetrachtung

Die vom Computertomographen ermittelten Schwächungskoeffizienten sind natürlich gewissen statistischen Schwankungen unterworfen, die sich auch auf die daraus errechneten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte auswirken. Deshalb soll an dieser Stelle geklärt werden, wie groß die zu erwartenden Abweichungen ausfallen können.
Als Maß der Abweichung der Schwächungskoeffizienten wird die entsprechende Variation der CT-Werte genommen, wobei natürlich beide Größen nach Gl.21 ineinander umrechenbar sind. Alle folgenden Beispiele beziehen sich auf Wasser, wobei die Fehler gegenüber den Werten der Schwächungskoeffizienten genommen werden, die in der Simulationsmessung für 1 cm Wasser errechnet wurden.
Aus der Struktur der Gln. 22 und 23 ist zu sehen, daß eine gleichgerichtete Abweichung der Schwächungskoeffizienten nach oben oder unten sich kaum auswirkt, da das Verhältnis beider nahezu konstant bleibt. Die Elektronendichte wird dabei natürlich entweder etwas angehoben oder abgesenkt, da diese ja auch vom Absolutwert beeinflußt wird.
Das gleiche gilt für einen Fehler der Größen $s_1$ und $s_2$ bzw. $p_1$ und $p_2$, wobei dieser in der Praxis, bedingt z.B. durch einen systematischen Fehler bei der Erfassung zweier spektraler Verteilungen, nur gleichgerichtet sein kann.
Der größte Fehler ergibt sich demnach also bei Veränderung des Verhältnisses der beiden Schwächungskoeffizienten, d.h., wenn deren Abweichungen nicht gleichgerichtet sind. Die beiden

nächsten Abbildungen zeigen die Abweichung von effektiver Ordnungszahl und Elektronendichte als Funktion der Differenz der CT-Einheiten der beiden spektralen Verteilungen, jeweils bezogen auf den theoretischen Wert.

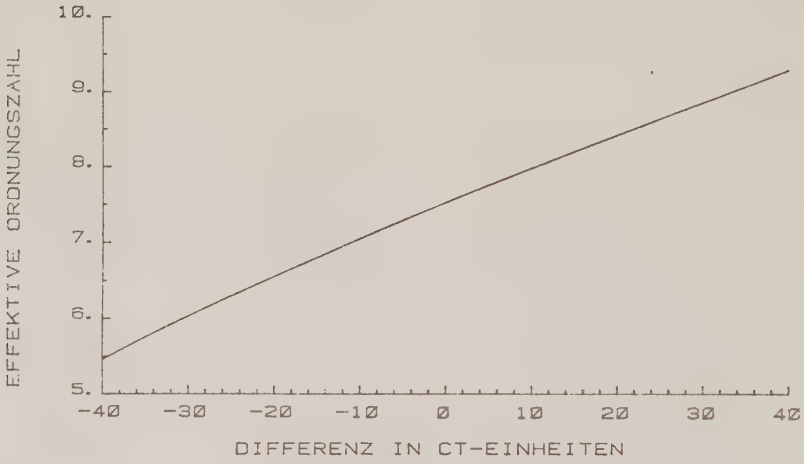


Abb.24 Abhängigkeit der Ordnungszahl von der Differenz der bei zwei spektralen Verteilungen bestimmten CT-Werte

Eine Differenz der CT-Werte von + 40 bedeutet dabei, daß der lineare Schwächungskoeffizient der spektralen Verteilung 1 um 20 CT-Einheiten zu hoch und der der spektralen Verteilung 2 um 20 CT-Einheiten zu niedrig liegt. Die Differenzen sind jeweils symmetrisch gewählt, da bei gleichen, jedoch asymmetrischen Differenzen die Ergebnisse nahezu gleich ausfallen.

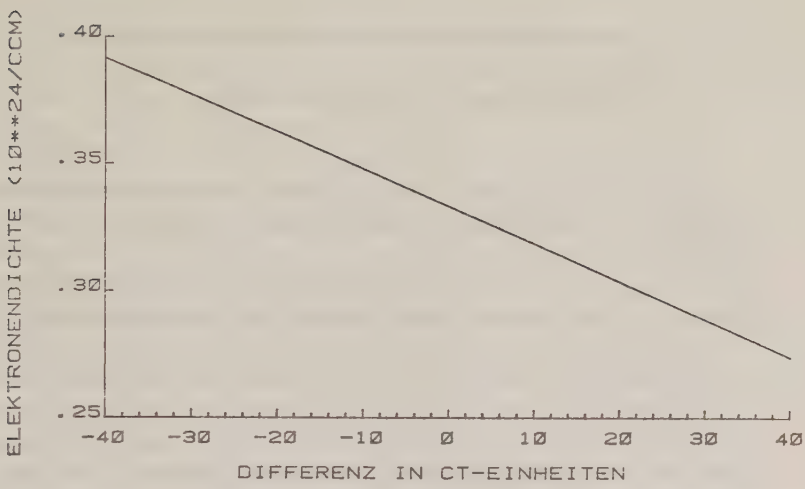


Abb.25 Abhängigkeit der Elektronendichte von der Differenz der bei zwei spektralen Verteilungen bestimmten CT-Werte

Die in der Praxis vorkommenden Schwankungen liegen z.B. für ein homogenes Wasserphantom in der Größenordnung von $\pm$ 2 CT-Einheiten, was einer Schwankung der effektiven Ordnungszahl bei dest. Wasser zwischen 7,33 und 7,7 und der Elektronendichte zwischen 0,327 und 0,339 entspricht. Die Standardabweichung von 2 CT-Einheiten gilt in etwa für Grenzenergien zwischen 120 und 130 keV. Bei geringeren Grenzenergien muß mit höheren statistischen Schwankungen gerechnet werden, da hierbei der Photonenfluß geringer ist.
Sind Abweichungen der theoretischen Schwächungskoeffizienten gegenüber den experimentellen vorhanden, so wirkt sich dies in erster Näherung nicht auf das Verhältnis der Schwächungskoeffizienten aus und damit nur schwach auf die effektive Ordnungszahl und ebenfalls schwach, aber etwas stärker, auf die Elektronendichte.

## 4.3 Simulation eines zweidimensionalen Modells

### 4.3.1 Berechnung eines CT-Schichtbildes

Im folgenden soll das in dieser Arbeit vorgestellte Konzept anhand einer Simulation einer zweidimensionalen CT-Messung erläutert werden.
Vorgegeben wird eine Struktur bekannter effektiver Ordnungszahl und Elektronendichte. Simuliert wird zunächst das computertomographische Meßverfahren, das als Ergebnis ein CT-Schichtbild ergibt. Dies wird für zwei Intensitätsverteilungen durchgeführt, die auf experimentell bestimmten Röntgenspektren mit Grenzenergien von 96 keV bzw. 125 keV beruhen. Die Eigenfilterung betrug dabei jeweils 2,5 mm Al. Diese Daten sind dem Computertomographen Somatom der Firma Siemens angepaßt. Die Berechnung der Schwächung des Röntgenstrahls wurde nach Gl.5 mit den Schwächungskoeffizienten nach 2.2.1 vorgenommen. Mit einem einfachen, ungefilterten Rückprojektionsverfahren erhält man schließlich zwei Schichtbilder der untersuchten Struktur, auf die dann anschließend die Zwei-Spektren-Methode angewandt werden kann, wie in 4.3.2 weiter dargestellt wird.
Wie in 4.1 beschrieben wurde, benutzen die meisten Computertomographen für ein Schichtbild eine Matrix aus 256 x 256 oder 512 x 512 Bildelementen, was natürlich einen gewaltigen Rechenaufwand bedeutet. Ein solch aufwendiges Rechenverfahren konnte in dieses Simulationsverfahren aus mehreren Gründen nicht eingebaut werden. Zum ersten ist die dazu notwendige Software der Firmen nicht zugänglich, und eine Eigenentwicklung wäre aus zeitlichen Gründen nicht realisierbar. Zum zweiten wäre selbst mit modernsten Rechenanlagen die erforderliche Rechenzeit viel zu groß. Nur mit festverdrahteten Rechnerelementen, mit Firmware und Mikroprozessoren läßt sich ein solcher Rechenaufwand in vernünftiger Zeit lösen.

Aus diesem Grund wurde ein stark vereinfachtes Modell entwickelt, das jedoch keine prinzipiellen Fehler aufweist. Es wird dabei von einem Fächerstrahlcomputertomographen ausgegangen, der mit einem Radius von 70 cm ein zylindersymmetrisches Phantom umläuft, dessen Symmetrieachse mit der Rotationsachse von Röntgenröhre und Detektoren übereinstimmt. Eine Simulationsmessung der Schwächung des Röntgenstrahls erfolgte alle 10 Grad, wobei aus Symmetriegründen ein Halbkreis zur Erfassung aller Daten genügt. Das Phantom wird in 15 konzentrische Kreise unterteilt, wobei jeder Kreisring für sich berechnet wird. Eine Erhöhung der Winkelschritte bzw. eine Variation der Anzahl der Kreisringe führt nur zu etwas anderen Zahlenwerten, aber zu keinem prinzipiell anderen Ergebnis. Aus Symmetriegründen genügt es, das Schichtbild entlang eines Radius's zu berechnen. Abb.26 zeigt die geometrischen Verhältnisse des Simulationsverfahrens.

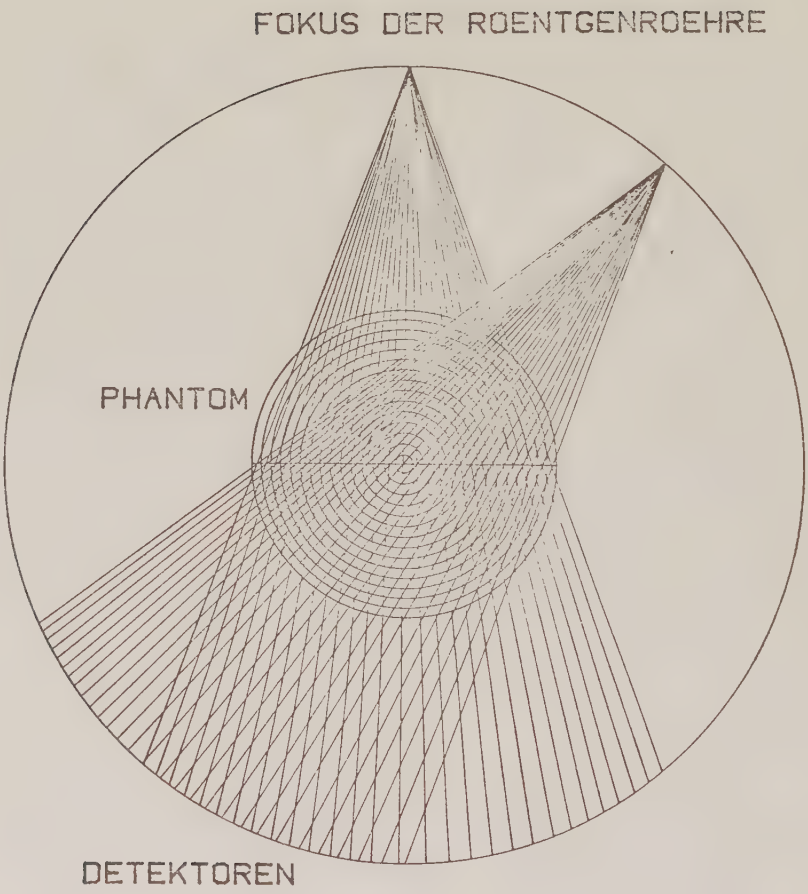


Abb.26 Die geometrischen Verhältnisse im Simulationsverfahren. Das Phantom mit einem Durchmesser von 30 cm ist in 15 Kreisringe unterteilt. Die Gerade durch das Phantom gibt die Linie an, entlang der das CT-Schichtbild errechnet und in den späteren Abbildungen auch dargestellt wird. Fokus und Detektoren bewegen sich auf einem gemeinsamen Kreis, hier dargestellt für 0 Grad und 40 Grad.

Zur Berechnung eines solchen Simulationsschichtbildes wird nun folgendermaßen vorgegangen:
Für einen Punkt in der Mitte zwischen zwei Kreisringen wird zunächst für eine Position der Röntgenröhre und für eine Monoenergie des Röntgenstrahls die Schwächung des Röntgenstrahls durch das Phantom entlang der Sekante, die durch die Position der Röntgenröhre und des Punktes in der Mitte gegeben ist, berechnet. Dies wird für alle Energien des Eingangsspektrums mit einer Schrittbreite von ca. 0,28 keV bis zur Grenzenergie durchgeführt und anschließend die Gesamtintensität des Eingangsspektrums und des Absorptionsspektrums durch Integration ermittelt, wobei die Integration aufgrund der digitalen Daten wieder durch eine Summation ersetzt wird. Aus dem Schwächungsgesetz wird der mittlere lineare Schwächungskoeffizient entlang dieser Sekante berechnet.
Dieser ist abhängig von Ordnungszahl und Elektronendichte des Absorbers, von dem Eingangsspektrum und von der Länge der Sekante, da die Dicke des Absorbers in die Veränderung der spektralen Verteilung mit eingeht. Je dicker der Absorber ist, desto geringer wird der mittlere lineare Schwächungskoeffizient. Der auf diese Weise ermittelte mittlere lineare Schwächungskoeffizient dieser Sekante wird dem betrachteten Kreisring gemäß dem Rückprojektionsverfahren gutgeschrieben.
Nun werden Röntgenröhre und Detektoren um 10 Grad gedreht und jedem Punkt in der Mitte zwischen zwei Kreisringen wird wieder ein mittlerer linearer Schwächungskoeffizient gutgeschrieben, der anschließend durch die Anzahl der Winkelschritte dividiert wird. Die so erhaltenen linearen Schwächungskoeffizienten eines jeden Kreisringes stellen das CT-Simulationsschichtbild dieses Phantoms dar. Aufgrund der Zylindersymmetrie genügt es, die linearen Schwächungskoeffizienten entlang eines Durchmessers darzustellen. Abb.27 zeigt ein auf diese Weise errechnetes Simulationsschichtbild eines homogenen Wasserphantoms mit einem Radius von 15 cm. Die Breite der Kreisringe ist zu 1 cm und die Grenzenergie zu 96 keV gewählt.

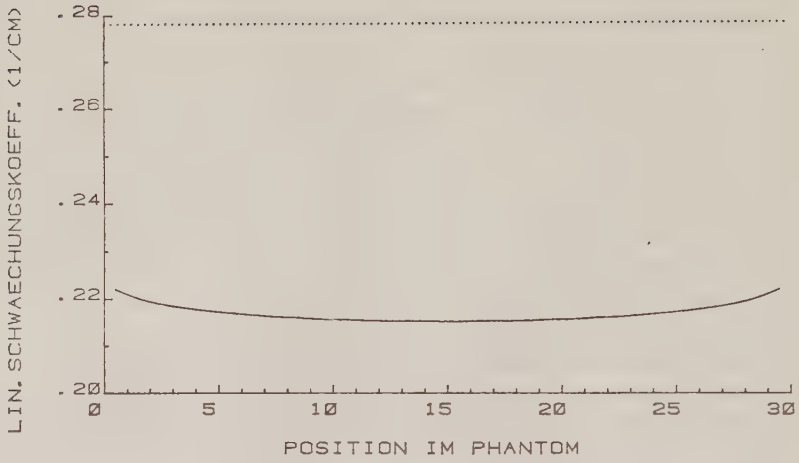


Abb.27 Simulationsschichtbild eines homogenen Wasserphantoms bei einer Grenzenergie von 96 keV

Sehr schön zu erkennen ist in Abb.27 der Durchhang der Kurve, der durch die stärkere Aufhärtung zustandekommt, da der Röntgenstrahl in der Mitte des Phantoms die größte Absorberdicke vorfindet. Die darüberliegende Gerade gibt das "richtige" Schichtbild wieder, das einen konstanten Wert aufweist, wie es einem homogenen Phantom entsprechen müßte. Der zu dieser Gerade gehörige Zahlenwert des linearen Schwächungskoeffizienten ist nicht willkürlich gewählt, sondern entspricht demjenigen linearen Schwächungskoeffizienten, den man für Wasser bei einer unendlich dünnen Absorberdicke messen würde. Dieser Wert ist gleichbedeutend mit dem mit der Intensitätsverteilung des Eingangsspektrums gemittelten linearen Schwächungskoeffizienten des Absorbers. Diesen Sachverhalt bringt Gl.26 zum Ausdruck:

$$\lim_{d\to 0} \frac{1}{d} \ln \frac{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, e^{-\mu(E)\cdot d}\, dE} = \frac{\int_0^{E_{gr}} \mu(E)\, I_0(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, dE} \qquad (26)$$

Dieser auf das Eingangsspektrum bezogene lineare Schwächungskoeffizient in Abb.27 liegt wesentlich höher als der Durchhang. Selbst wenn also in einem Computertomographen durch eine Korrektur der Aufhärtung aus dem Durchhang ein konstanter Wert erzeugt wird, läßt sich damit noch nicht angeben, für welche spektrale Verteilung die gemessenen Schwächungskoeffizienten Gültigkeit haben.
Ziel muß es also sein, nicht nur den Durchhang einzuebnen, sondern auch den Wert des linearen Schwächungskoeffizienten auf denjenigen anzuheben, der dem mit dem Eingangsspektrum gewichteten mittleren linearen Schwächungskoeffizienten entspricht. Es soll also dasjenige Schichtbild erzeugt werden, welches man ohne Aufhärtung des Röntgenspektrums messen würde. Mit diesem eben beschriebenen Verfahren wurden für die Zweispektren-Methode pro Phantom zwei Schichtbilder bei unterschiedlicher spektraler Verteilung berechnet.

### 4.3.2 Iterationskorrektur nach der Zwei-Spektren-Methode im Simulationsverfahren

Der Grundgedanke des Iterationsverfahrens ist es, daß der Meßwert des Computertomographen, was im Simulationsverfahren dem Simulationsmeßwert entspricht, abgesehen von statistischen Schwankungen, richtig ist, d.h., bei einer Nachrechnung aus dem CT-Schichtbild muß sich dieser Meßwert wieder ergeben. Ist dies nicht der Fall, so muß das CT-Schichtbild solange korrigiert werden, bis Nachrechnung und Meßwerte übereinstimmen.

Konkret wird folgendermaßen vorgegangen:
Aus den bei zwei spektralen Verteilungen errechneten Simulationsschichtbildern bestimmt man nach 3.2.1 effektive Ordnungszahl und Elektronendichte aus den für jeden Kreisring gemessenen linearen Schwächungskoeffizienten. Zu beachten ist, daß hier und im folgenden unter Meßwert immer ein Simulationsmeßwert verstanden wird.
Da die vom Simulationsverfahren berechneten linearen Schwächungskoeffizienten aufgrund der Aufhärtung einen zu geringen Wert ergeben, was in der Praxis auch für die Meßwerte zutrifft, stellen die daraus errechneten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte nur erste Näherungswerte dar. Berechnet man nun erneut, ausgehend von den Näherungswerten für Ordnungszahl und Elektronendichte, je ein Schichtbild bei den beiden Grenzenergien, so liegen die daraus berechneten linearen Schwächungskoeffizienten noch niedriger als die der Messung bzw. Simulationsmessung. Diese Differenz wird dem Schichtbild zugeschlagen und zwar, wie in 4.3.1 beschrieben, für jede Energie, jeden Winkel und jeden Kreisring. Mit den neuen, nun höher liegenden linearen Schwächungskoeffizienten werden die Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte erneut berechnet, und das Iterationsverfahren beginnt von vorne. Eine Korrektur findet solange statt, bis nachgerechnete und gemessene lineare Schwächungskoeffizienten Übereinstimmung zeigen, was natürlich dann der Fall ist, wenn die vorgegebenen mit den berechneten Parametern effektive Ordnungszahl und Elektronendichte übereinstimmen.

### 4.3.3 Beispiele zum Simulationsiterationsverfahren

Zunächst soll die Iterationskorrektur eines homogenen Wasserphantoms dargestellt werden. Ein berechnetes Schichtbild zeigte bereits Abb.27. Die aus zwei Schichtbildern berechneten

und anschließend iterierten Parameter effektive Ordnungszahl, Elektronendichte und linearer Schwächungskoeffizient für eine Grenzenergie von 125 keV zeigen die drei nächsten Abbildungen.

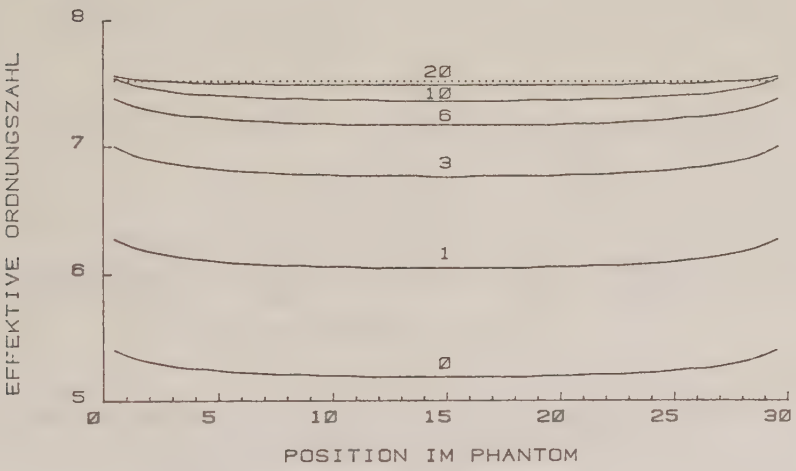


Abb.28 Berechnete und iterierte Werte der effektiven Ordnungszahl für ein homogenes Wasserphantom

Die Parameter der Kurven in den Abb. 28, 29 und 30 entsprechen der Anzahl der Iterationsschritte. Die nullte Iteration ist dabei das Meßergebnis. Die gepunktete Linie zeigt den theoretischen Wert der Ordnungszahl an, dem sich die iterierten Werte nähern. Den gleichen Sachverhalt zeigt Abb.29, in der die Werte für die Elektronendichte aufgetragen sind.

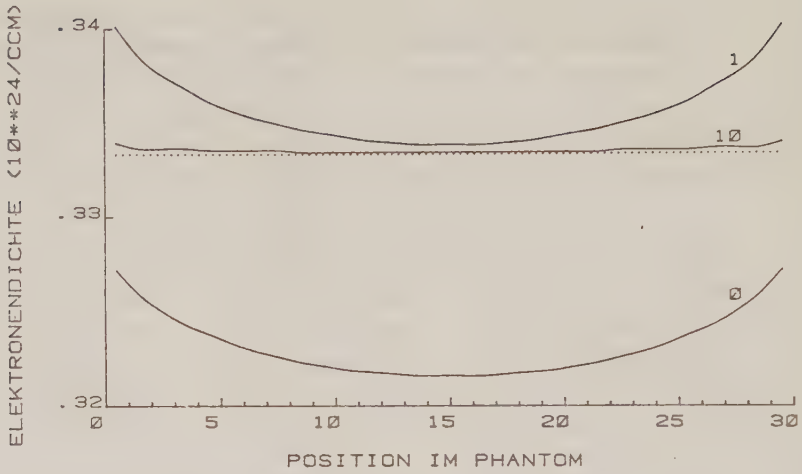


Abb.29 Berechnete und iterierte Werte der Elektronendichte für ein homogenes Wasserphantom

Während sich die effektive Ordnungszahl von unten dem theoretischen Wert annähert, kann die Elektronendichte um diesen oszillieren, da sie auch von den Absolutwerten der linearen Schwächungskoeffizienten abhängt und nicht nur von deren Verhältnis wie die effektive Ordnungszahl.
In der Praxis der Computertomographie ist die Darstellung der linearen Schwächungskoeffizienten von Bedeutung. Abb.30 zeigt diese Größe analog zu den beiden vorherigen Abbildungen bei einer Grenzenergie von 125 keV.

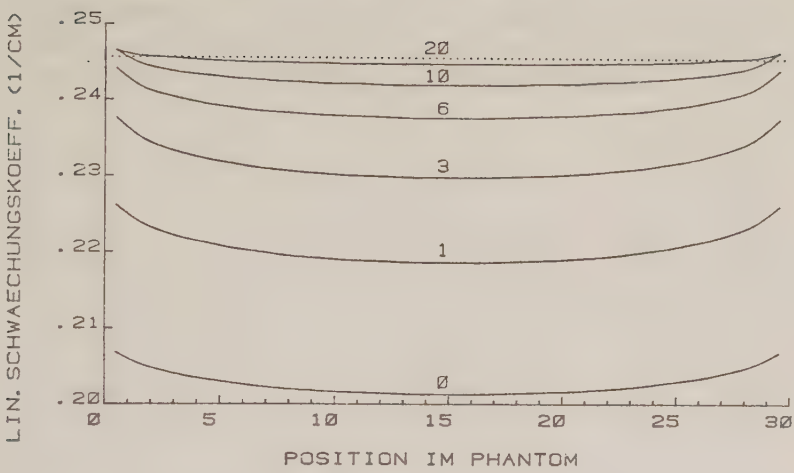


Abb.30 Berechnete und iterierte Werte des linearen Schwächungskoeffizienten bei einer Grenzenergie von 125 keV für ein homogenes Wasserphantom

In den weiteren Beispielen wird jeweils nur ein Parameter dargestellt, da sich für die anderen prinzipiell immer wieder das gleiche ergibt.
Bei einem homogenen Wasserphantom ließe sich das Iterationsverfahren umgehen, wenn eine vollständige Wasseraufhärtungskorrektur auf die primären spektralen Verteilungen durchgeführt würde, d.h. also, wenn das Meßergebnis in Abb.27 nicht nur homogenisiert, sondern auch auf den richtigen absoluten Wert angehoben würde. Dies wurde als Test des Verfahrens, insbesondere des Iterationsverfahrens, durchgeführt.
Als Ergebnis erhält man unmittelbar die richtigen Parameter Ordnungszahl und Elektronendichte, wie sie vorgegeben waren, und auch das Iterationsverfahren ändert nichts mehr an diesem Ergebnis.

Die beiden nächsten Beispiele zeigen ein homogenes Wasserphantom mit verschiedenen Inhomogenitäten in einzelnen Kreisringen. Abb.31 zeigt eine Aluminium-Inhomogenität in den beiden innersten Kreisringen am Beispiel der Elektronendichte.

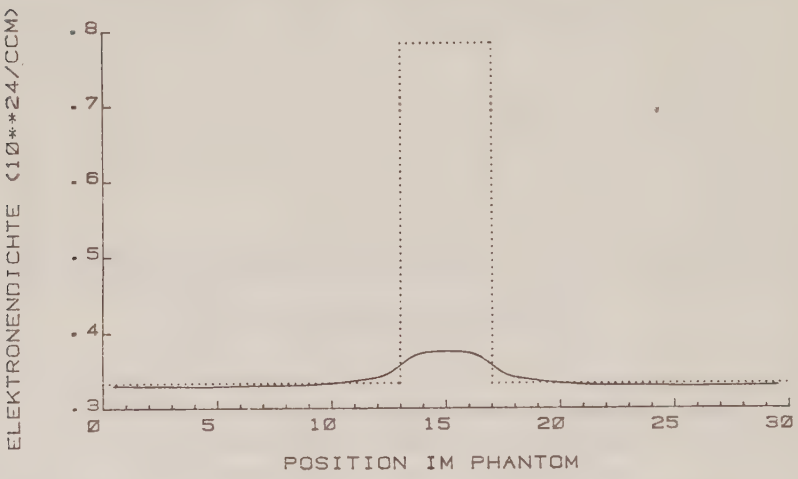


Abb.31 Homogenes Wasserphantom mit Aluminium-Inhomogenität

Die gepunktete Linie stellt wieder den theoretischen Verlauf dar und die durchgezogene Linie die nullte Iteration, also das Meßergebnis. Die Elektronendichte von Wasser ergibt sich im Gegensatz zur Elektronendichte von Aluminium infolge der Beeinflussung durch die Aluminium-Inhomogenität bereits aus der Messung zum nahezu richtigen Wert.
Verfolgt man die Iterationsschritte, so wird die vorgegebene Struktur zusehends erreicht. Da diese Darstellung im gesamten Schichtbild sehr unübersichtlich ist, soll die Konvergenz der Elektronendichte von Aluminium an den theoretischen Wert nur

für das innerste Element in der nächsten Abbildung gezeigt werden.

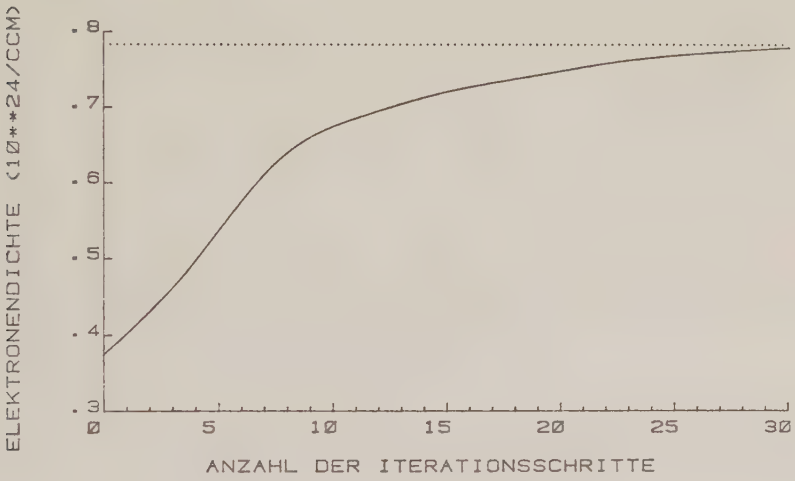


Abb.32 Abhängigkeit der Elektronendichte der Aluminium-Inhomogenität im innersten Kreisring von der Anzahl der Iterationsschritte

Ein letztes Beispiel zeigt eine Kohlenstoff-Inhomogenität in einem homogenen Wasserphantom in den Kreisringen 7 bis 9 am Beispiel der effektiven Ordnungszahl.

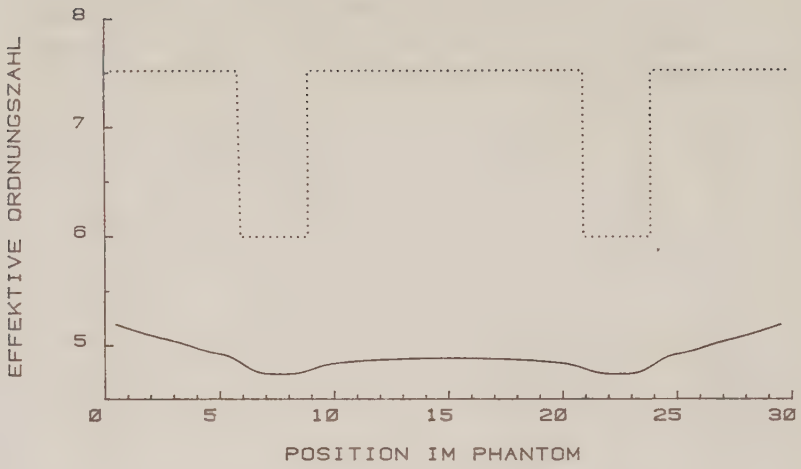


Abb.33 Homogenes Wasserphantom mit Kohlenstoff-Inhomogenität

Die gepunktete Linie zeigt den theoretischen Verlauf der Ordnungszahl und die durchgezogene Linie das Meßergebnis. Die Kohlenstoff-Inhomogenitäten sind hierbei nur schwach erkennbar. Wie im letzten Beispiel soll in Abb.34 aus Gründen der Übersichtlichkeit der Verlauf der Ordnungszahl für zwei Kreisringe in Abhängigkeit der Iterationsschritte gezeigt werden und zwar für Wasser der innerste Kreisring und für Kohlenstoff der 8. Kreisring.

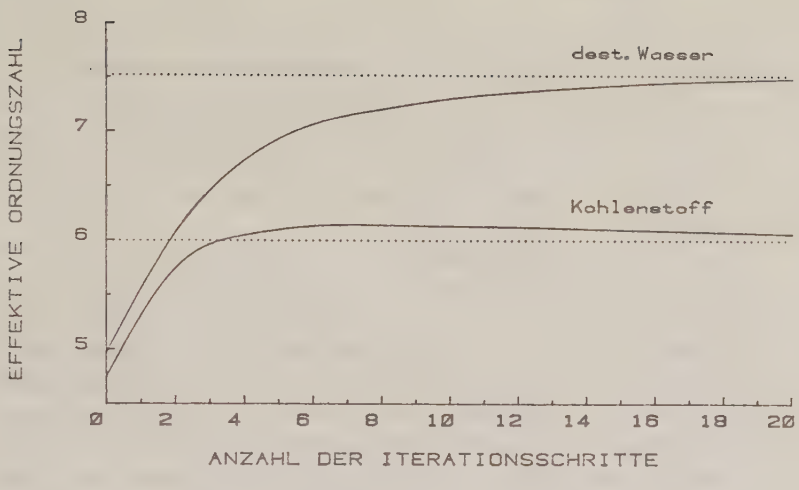


Abb.34 Abhängigkeit der effektiven Ordnungszahl von Wasser und Kohlenstoff am Beispiel zweier Kreisringe von der Anzahl der Iterationsschritte

Daß der Wert der Ordnungszahl für Kohlenstoff ab der 3. Iteration sich von oben dem theoretischen nähert, liegt an der gegenseitigen Beeinflussung von Wasser und Kohlenstoff, was letztlich auch die Artefaktbildung bewirkt. In der Praxis wird die Auflösung durch die Faltung beschleunigt, die auch schon zu besseren Meßwerten führt als in den hier gezeigten Beispielen. Es wurde aber bewußt auf eine Faltung verzichtet, da diese immer nur für eine bestimmte Konstellation zutrifft. Bei Integration des Verfahrens in die Praxis der Computertomographie würde man die bereits mit Erfolg erprobten Faltungskerne übernehmen.

## 4.4 Diskussion

Die Computertomographie hat, obschon erst seit knapp 10 Jahren im Einsatz, einen festen Platz in der Medizin eingenommen. Ihre ursprüngliche Konzeption - und das ist auch heute noch ihre Hauptanwendung - galt dem diagnostischen Bereich, in dem die Computertomographie ältere Verfahren zum Teil ganz ablösen konnte.
Vom diagnostischen Standpunkt aus gesehen, ist ein gutes räumliches Auflösungsvermögen und ein gutes Materialauflösungsvermögen wichtig, wobei die Computertomographie als Unterscheidunsmerkmal von Materialien deren unterschiedliche Absorptionseigenschaften gegenüber Röntgenstrahlung ausnutzt, wie auch die herkömmliche Röntgendiagnostik. Darüberhinaus hat die Computertomographie aber auch Möglichkeiten eröffnet, die auf ganz anderen Gebieten liegen, z.B. die Erstellung von Basisdaten für die Bestrahlungsplanung in Form von Elektronendichteverteilungen, die für Ultraharte Röntgenstrahlung eine entscheidende Größe darstellen, oder die Bestimmung von irgendwelchen Konzentrationen, z.B. dem Kalzium-Gehalt in Knochen (Weidenmaier und Christ,1980). All diese Erweiterungen setzen aber voraus, daß nicht nur irgendwelche Unterschiede im Absorptionsverhalten gegenüber Röntgenstrahlung ermittelt werden, sondern daß vermehrt quantitative Aussagen gemacht werden können. Dies bedeutet konkret, daß Unterschiede in Schwächungswerten allein nicht genügen. Ziel muß es sein, den Absolutwert der Schwächung zu bestimmen, was natürlich voraussetzt, daß man auch Aussagen über die spektrale Verteilung der verwandten Röntgenstrahlung machen kann, denn beide hängen aufs engste miteinander zusammen. Aus diesen quantitativen Daten lassen sich dann weitere Schlüsse ziehen, wie z.B. Aussagen über Ordnungszahl und Elektronendichte der Absorbermaterialien.
Durchstrahlt man einen homogenen Körper beliebiger Dicke mit einer kontinuierlichen Röntgenstrahlung und mißt man Eingangs-

und Ausgangsintensität, so läßt sich ein Schwächungskoeffizient nach folgender Gleichung errechnen:

$$\mu = \frac{1}{d} \ln \frac{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_d(E)\, dE} \qquad (27)$$

Dabei bedeuten d die Dicke des Absorbers, $I_0(E)$ die Eingangsintensität, $I_d(E)$ die Ausgangsintensität nach der Dicke d und $\mu$ den linearen Schwächungskoeffizienten des Absorbers. An dieser Stelle muß man die Frage nach der Bedeutung eines derart gewonnenen Schwächungskoeffizienten stellen. Denn verändert man die Dicke d des Absorbers, so ändert sich auch der Zahlenwert des linearen Schwächungskoeffizienten, da die spektrale Verteilung des Röntgenspektrums im gesamten Körper nicht konstant bleibt. Dies würde bedeuten, daß ein so gemessener linearer Schwächungskoeffizient nicht nur eine Funktion der spektralen Verteilung und des Absorbermaterials wäre, sondern auch noch eine Funktion der Dicke, was natürlich unsinnig ist. Der auf diese Weise gemessene lineare Schwächungskoeffizient hat jedoch folgende interessante Eigenschaft:
Bestimmt man den linearen Schwächungskoeffizienten an mehreren hintereinandergeschalteten Schichten eines homogenen Absorbers, d.h. derart, daß die Ausgangsintensität der ersten Schicht die Eingangsintensität der zweiten Schicht usw. darstellt, so ergibt das arithmetische Mittel der einzelnen linearen Schwächungskoeffizienten, die von Schicht zu Schicht geringere Werte annehmen, denjenigen Wert des linearen Schwächungskoeffizienten, den man für die gesamte Absorberdicke messen würde. Mathematisch ausgedrückt ergibt dies:

$$\mu_{ges} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} \mu_i \qquad (28)$$

Dabei ist

$$\mu_{ges} = \frac{1}{d_{ges}} \ln \frac{\int_0^{E_{gr}} I_0(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_{d_{ges}}(E)\, dE} \qquad (29)$$

und

$$\mu_i = \frac{1}{d} \ln \frac{\int_0^{E_{gr}} I_{(i-1)d}(E)\, dE}{\int_0^{E_{gr}} I_{i \cdot d}(E)\, dE} \qquad (30)$$

mit der Bedingung: $d_{ges} = k\, d$ .

Auf der anderen Seite ergibt sich für den Grenzwert Schichtdicke gegen Null derjenige lineare Schwächungskoeffizient, den man sozusagen ohne jede Aufhärtung erhält, d.h. also der für das Eingangsspektrum gültige lineare Schwächungskoeffizient. Den Grenzübergang kann man umgehen, indem man den mit der Eingangsintensität gewichteten mittleren linearen Schwächungskoeffizienten bestimmt, wie in Gl.26 dargestellt ist.

Aus den eben erläuterten Eigenschaften des linearen Schwächungskoeffizienten ist wohl ersichtlich geworden, warum der auf die spektrale Verteilung normierte lineare Schwächungskoeffizient so wichtig ist, denn er ist der einzige wohldefinierte Schwächungskoeffizient eines Materials bei einer kontinuierlichen Röntgenstrahlung. Die Form der spektralen Verteilung spielt dabei keine Rolle, d.h., man könnte sich natürlich auch auf ein wohldefiniertes Absorptionsspektrum beziehen, wobei die Normierung auf das Eingangsspektrum sicherlich am sinnvollsten ist.

In den Anfängen der Schädelcomputertomographie hat man genau dieses Problem auf indirektem Weg zu lösen versucht, indem man

den zu untersuchenden Schädel mit einer Schicht Wasser umgab, so daß unter allen Einstrahlrichtungen in etwa dieselbe Aufhärtung stattfand. Man bezog sich hierbei also auf ein Absorptionsspektrum nach einer gewissen Schichtdicke Wasser plus Schädel.

Vollkommen unentbehrlich wird eine exakte Information über den linearen Schwächungskoeffizienten, wenn man wie in 4.2.1 aus den bei zwei verschiedenen spektralen Verteilungen gemessenen linearen Schwächungskoeffizienten die Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte bestimmen möchte. Dies ist nur dann möglich, wenn bekannt ist, für welche Intensitätsverteilungen die linearen Schwächungskoeffizienten Gültigkeit haben, denn die Integralausdrücke p und s müssen ja mit der gleichen Intensitätsverteilung berechnet sein.

Führt man an einem sehr dünnen homogenen Absorber eine Messung des linearen Schwächungskoeffizienten bei zwei spektralen Verteilungen durch, so ergeben die daraus nach den Gln. 22 und 23 berechneten Größen effektive Ordnungszahl und Elektronendichte nahezu schon die richtigen Werte, da eine Verfälschung infolge der Aufhärtung noch sehr gering ist. Man bestimmt in diesem Fall die linearen Schwächungskoeffizienten praktisch nur mit den Eingangsspektren, für welche auch die beiden Integralausdrücke p und s berechnet sind.

Bei dickeren Materialien dagegen, bei denen die Aufhärtung zum Tragen kommt, muß eine Nachrechnung in Form eines Iterationsverfahrens durchgeführt werden, um zu dem auf das Eingangsspektrum bezogenen Wert für den linearen Schwächungskoeffizienten zu kommen. Der nach wenigen Iterationsschritten erhaltene Wert des linearen Schwächungskoeffizienten ist, und das ist sehr wesentlich, unabhängig von der Dicke des Absorbers, während die primären Meßergebnisse sehr stark davon abhängen. Dieses Verfahren läßt sich sehr einfach auf viele Bereiche der Materialuntersuchung anwenden. Nur wäre es hierzu sinnvoll und notwendig, den Bereich der Ordnungszahlen zu erweitern, was aber nicht der Sinn dieser Arbeit war.

Das eindimensionale Modell sollte der Erläuterung und Einführung des prinzipiellen Verfahrens der Zwei-Spektren-Methode mit anschließender Iterationskorrektur dienen. Für den Fall der Computertomographie, d.h., für die Erweiterung auf eine zweidimensionale Schicht, bleibt das Verfahren an sich erhalten, nur sind hierbei die einzelnen Matrixelemente nicht unabhängig voneinander zu betrachten, da sie sich gegenseitig sowohl in der Messung, als auch in der anschließenden Iterationskorrektur beeinflussen.
In der Praxis wird die Beeinflussung in der Messung durch ein Faltungsverfahren zu eliminieren versucht.
Das in der Arbeit vorgestellte Simulationsverfahren der Computertomographie ist ein vereinfachtes Modell, an dem die Wirkungsweise der Zwei-Spektren-Methode mit anschließender Iterationskorrektur dargestellt wird. Da das Modell ohne Aufhärtungskorrektur und ohne Faltung arbeitet, konvergiert es relativ langsam, wie die Abb. 28 bis 34 zeigen.
Wollte man dieses Verfahren in die Praxis der Computertomographie integrieren, so müßte man nach Fertigstellung zweier, mit unterschiedlicher spektraler Verteilung gemessener Schichtbilder aus diesen effektive Ordnungszahl und Elektronendichte errechnen, mit diesen Parametern dann eine Nachrechnung durchführen und mit den ursprünglichen Meßergebnissen vergleichen. Die Differenz würde den Meßergebnissen zugeschlagen und mit diesen neuen Schwächungswerten würde eine erneute Bildberechnung einschließlich der Faltung, aber ohne Aufhärtungskorrektur, durchgeführt. Daß keine Aufhärtungskorrektur mehr erfolgen sollte, wird klar, wenn man bedenkt, daß man mit fortschreitender Iteration nachgerechnete Meßergebnisse erhält, die man ohne Veränderung der spektralen Verteilung gemessen hätte, denn man normiert ja alle Schwächungskoeffizienten auf das gleiche Eingangsspektrum.
Die erreichbare Genauigkeit des beschriebenen Verfahrens zur Ermittlung der effektiven Ordnungszahl und der Elektronendichte einer unbekannten Struktur hängt von sehr vielen Parametern ab.

Da sind zunächst Unsicherheiten in der Erfassung der Basisdaten, d.h. die Unsicherheit in der Messung der spektralen Verteilung, die in die Integralausdrücke s und p und in die nachgerechneten linearen Schwächungskoeffizienten miteingeht, die Unsicherheit in den Schwächungskoeffizienten aus der Literatur und die Einflüsse von Streuung im Querschnitt der untersuchten Struktur und von Blendenstreuung. Weiterhin geht die Nachweiswahrscheinlichkeit des im Computertomographen verwendeten Detektorsystems in die Meßwerte ein und damit auch in das Nachrechnungsverfahren. Soweit nicht schon besprochen, läßt sich der Einfluß dieser Fehlerquellen nur experimentell erfassen.

Eine andere Fehlerquelle stellt der Computertomograph selbst dar. Da ist zum einen eine prinzipielle statistische Schwankung in den Meßwerten, die in 4.2.3 schon diskutiert wurde. Eine Schwankung der Hochspannung und des Anodenstromes, was natürlich den Photonenfluß beeinflußt, spielt bei einer in der Regel simultan durchgeführten Kontrollmessung ohne Absorber keine Rolle. Eine unterschiedliche Empfindlichkeit der einzelnen Detektoren kann durch eine Kalibrierungsmessung korrigiert werden. Ein Problem ensteht aber in der Zwei-Spektren-Methode dadurch, daß Bewegungsartefakte bei zwei getrennt aufgenommenen Schichtbildern unvermeidlich sind. Bei Computertomographen mit gepulster Strahlung ließe sich aber folgendes Verfahren anwenden:

Bei einer Winkelstellung von Röntgenröhre und Detektorsystem werden bei zwei unterschiedlichen Spannungsverläufen zwei Absorptionsmeßwerte ermittelt, getrennt abgespeichert und zu zwei bei unterschiedlicher spektraler Verteilung ermittelten Schichtbildern verarbeitet. Der vergrößerte Zeitaufwand wäre minimal und Bewegungsartefakte nicht größer als in einem gewöhnlichen CT-Schichtbild.

Möchte man dieses Verfahren in Hinblick auf eine individuelle Bestrahlungsplanung mit Hilfe der Computertomographie für Ultaharte Röntgenstrahlung anwenden, d.h., interessiert man

sich im wesentlichen für die Verteilung der Elektronendichte, so steht das räumliche Auflösungsvermögen nicht mehr so sehr im Vordergrund. Hierbei würde es sicherlich genügen, größere Bereiche mit ähnlichen CT-Werten zusammenzufassen und nur für diese Bereiche das Verfahren der Ermittlung der Elektronendichten durchzuführen.
Leider läßt sich dieses Verfahren, gleichgültig in welcher Form, nur in Zusammenarbeit mit den entsprechenden Firmen der Computertomographie durchführen, es sei denn, man entwickelt selbst einen Computertomographen mit eigener Software, denn ohne Kenntnis der Systemprogramme der Computertomographen läßt sich das Verfahren nicht in die Praxis integrieren.

## 5 Zusammenfassung

Die seit knapp zehn Jahren im Einsatz befindliche Computertomographie ist in der Lage, nahezu überschichtungsfreie Röntgenaufnahmen einer untersuchten Schicht zu erstellen. Die dabei übliche integrale Messung der Schwächung einer kontinuierlichen Röntgenstrahlung genügt, um in einer Schicht unterschiedliches Schwächungsverhalten zu erfassen und anschließend wieder darstellen zu können.
Weit mehr Information kann man aber erhalten, wenn man die spektrale Verteilung der Röntgenstrahlung sowie die Energieabhängigkeit der Schwächung und deren Materialabhängigkeit mit in Betracht zieht.
Im experimentellen Teil wird daher die Messung der spektralen Verteilung von Röntgenstrahlung einschließlich aller erforderlichen Korrekturen beschrieben und die Anwendbarkeit von Wirkungsquerschnitten der in Frage kommenden Wechselwirkungsprozesse aus der Literatur untersucht.
Im theoretischen Teil wird gezeigt, daß bei einer beliebigen Mischung von Absorbermaterialien unter Verwendung eines kontinuierlichen Röntgenspektrums als Materialparameter der Schwächung nur eine effektive Ordnungszahl und die Elektronendichte des Absorbers in Betracht kommen.
Diese beiden Unbekannten lassen sich nach der Zwei-Spektren-Methode aus zwei Messungen bei unterschiedlicher spektraler Verteilung ermitteln, was zunächst in einem eindimensionalen und danach in einem zweidimensionalen Computersimulationsverfahren gezeigt wird. Die auf diese Weise errechneten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte entsprechen jedoch noch nicht den tatsächlichen Werten, da die gemessenen linearen Schwächungskoeffizienten, bedingt durch die Aufhärtung des Röntgenspektrums, zu niedrig liegen. Daher muß man die auf das Eingangsspektrum bezogenen linearen Schwächungskoeffizienten ermitteln, was, wie in einem Simulationsverfahren gezeigt

wird, mit Hilfe eines Iterationsverfahren durchgeführt werden kann. Bei diesem Verfahren dienen die aus der Messung ermittelten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte als erste Näherung für eine Nachrechnung der Messung. Die Differenzen zwischen gemessenen und nachgerechneten Schwächungswerten werden dabei zu den jeweiligen Meßwerten addiert. Die auf diese Weise angehobenen linearen Schwächungskoeffizienten entsprechen den Werten, die man ohne Aufhärtung des Röntgenspektrums gemessen hätte. Die schließlich mit diesen linearen Schwächungskoeffizienten berechneten Parameter effektive Ordnungszahl und Elektronendichte ergeben sich dann auch zu den tatsächlichen Werten.

Die Einflüsse von Fehlerquellen, Anwendungsbeispiele des Verfahrens und die Integration der Zwei-Spektren-Methode mit anschließender Iterationskorrektur in die Praxis der Computertomographie werden ausführlich diskutiert.

# 6 Literaturverzeichnis

Alvarez R.E., Macovski A.
Energy-selective Reconstructions in X-ray Computerized Tomography
Phys. Med. Biol. Vol.21, 733-744 (1976)

Bagge E.
Automatisierte Isodosenbestimmung in der Strahlentherapie mit Hilfe der Ganzkörpercomputertomographie
ATKE Bd.28, 283-288 (1976)

Brooks R.A., Di Chiro G.
Theory of Image Reconstruction in Computed Tomography
Radiology 117, 561-572 (1975)

Cho Z.H.,Ahn I.,Bohm C.,Huth G.
Computerized Image Reconstruction Methods with Multiple Photon X-ray Transmission Scanning
Phys. Med. Biol. Vol.19, 511-522 (1974)

Christ G.,Breitling G.
Einsatz des Computertomographen in der individuellen Bestrahlungsplanung
Fortschr. Röntgenstr. 128, 472-476 (1978)

Cormack A.M.
Representation of a Function by Its Line Integrals, with Some Radiological Applications.II
Journal of Applied Physics 35, 2908-2913 (1964)

Enz S.
Dosimetrische und spektroskopische Untersuchungen der Röntgenstrahlung zweier Generatoren
Diplomarbeit Universität Tübingen (1981)

Enz S.,Christ G.
Indirekte Meßverfahren zur Bestimmung der spektralen Verteilung von Röntgenstrahlung
eingereicht zur Veröffentlichung Röfo (Februar 1981)

Flügge S.
Korpuskeln und Strahlung in Materie II
Band XXXIV Springer-Verlag (1958)

Friedman M.I.,Beattie J.W., Laughlin J.S.
Cross-sectional Absorption Density Reconstruction for Treatment Planning
Phys. Med. Biol. Vol.19, 819-830 (1974)

Gaggero G.
Monte Carlo Calculations for the Photofractions and Energy Loss Spectra of Ge(Li) Semiconductor Detectors
Nucl. Instr. and Methods 94, 481-492 (1971)

Herman G.T.
Correction for Beam Hardening in Computed Tomography
Phys. Med. Biol. Vol.24, 81-106 (1979)

Hounsfield G.N.
British Patent No. 1283915 (1972)

Hounsfield G.N.
Computerized transverse axial scanning (tomography): Part.I Description of system
British Journal of Radiology 46, 1016-1022 (1973)

Hubbell I.H., Berger M.J.
Photon Attenuation and Energy transfer Coefficents, Tabulation and Discussion
NBS-Report 8681 (1965)

ICRU-Report 17
Radiation Dosimetry: X-Rays Generated at Potentials of 5 to 150 kV (1970)

Israel H.I., Lier D.W., Storm E.
Comparison of Detectors Used in Measurement of 10 to 300 keV X-Ray Spectra
Nucl. Instr. and Methods 91, 141-157 (1971)

Jäger R.G.
Engineering Compendium on Radiation Shielding
Springer Verlag (1968)

Lal B., Iyengar K.V.K.
Monte Carlo Calculations of Gamma Ray Response Characteristics of Cylindrical Ge(Li) Detectors
Nucl. Instr. and Methods 79, 19-28 (1970)

Lederer C.M., Hollander J.M., Perlman I.
Table of Isotops
John Wiley and Sons, Inc. (1968)

Markus B.
Über den Begriff der Gewebeäquivalenz und einige "wasserähnliche" Phantomsubstanzen für Quanten von 10 keV bis 100 MeV sowie schnelle Elektronen
Strahlentherapie 101, 111-131 (1956)

Nalcioglu O.,Lou R.Y.
Post-reconstruction Method for Beam Hardening in Computerised Tomography
Phys. Med. Biol. Vol.24, 330-340 (1979)

Ortec
Timing with Ge(Li) Detectors
Ortec Applications Note 31 (1970)

Pankau E.
Absolutmessung zum Elementarprozess der Elektron-Elektron-Bremsstrahlung
Dissertation Universität Tübingen (1975)

Phelps M.E., Gado M.H., Hoffman E.J.
Correlation of Effective Atomic Number and Electron Density with Attenuation Coefficients Measured with Polychromatics X-Rays
Radiology 117, 585-588 (1975)

Radon J.
On the Determination of Functions from their Integrals along certain manifolds
Ber. Verh. Sachs Akad. Wiss. 69 (1917)

Rogalsky,W.
Delta-Scan - Ein Gerät für die Ganzkörper-Computertomographie
Elektromedica 4, 116-119 (1976)

Sachs L.
Statistische Auswertungsmethoden
Springer Verlag (1969)

Saver - Szabo
Mathematische Hilfsmittel des Ingenieurs
Teil III Springer Verlag (1958)

Schwierz,G.
Charakteristische Eigenschaften des Fächerstrahl-verfahrens
Vortrag Symposium Ganzkörper-Computertomographie
Heidelberg (1977)

Selder H.
Einführung in die numerische Mathematik für Ingenieure
Carl Hauser Verlag München (1973)

Siegbahn K.
Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy Volume 1
North Holland Publishing Company Amsterdam (1965)

Storm E.,Israel H.I.
Photon Cross Sections from 1 keV to 100 MeV for
Elements Z=1 to Z=100
Nuclear Data Tables A7, 565-681 (1970)

Wachsman F.,Dimotsis A.
Kurven und Tabellen für die Strahlentherapie
S.Hirzel Verlag (1957)

Waibel E.
Zur Berechnung von Pile-Up-Spektren
Nucl. Instr. and Methods 74, 236-244 (1969)

Wainio K.M., Knoll G.F.
Calculated Gamma Ray Response Characteristics of
Semiconductor Detectors
Nucl. Instr. and Methods 44, 213-223 (1966)

Weidenmaier W.,Christ G.
Bestimmung der Elektronendichte aus den CT-Werten
bei Zweikomponentensystemen
Strahlentherapie 11, 765-769 (1980)

White D.R.
An Analysis of the Z-Dependence of Photon and
Electron Interactions
Phys. Med. Biol. Vol.22, 219-228 (1977)

Lebenslauf

Am 4.7.1948 wurde ich, Gunter Christ, als Sohn von Kurt Christ und seiner Ehefrau Luise Christ, geb. Räuchle, in Stuttgart geboren.

| | |
|---|---|
| 1955 - 1959 | Heusteigschule Stuttgart, Grundschule |
| 1959 - 1967 | Karls-Gymnasium Stuttgart |
| 15.6.1967 | Reifeprüfung |
| WS 67/68 - WS 73/74 | Studium der Physik an der Universität Stuttgart |
| 23.3.1970 | Diplomvorprüfung in Stuttgart |
| WS 72/73 - SS 73 | Anfertigung der Diplomarbeit |
| 30.11.1973 | Diplomprüfung in Physik |
| März 1974 - Juni 1975 | Zivildienst |
| Juli 1975 - Februar 1977 | Wissenschaftliche Hilfskraft in der physikalischen Abteilung des Medizinischen Strahleninstitutes der Universität Tübingen |
| Seit März 1977 | Wissenschaftlicher Angestellter in der physikalischen Abteilung des Medizinischen Strahleninstitutes der Universität Tübingen und Anfertigung der vorliegenden Dissertation unter der Leitung von Herrn Professor Dr. G. Breitling |

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren:

Allenstein, Breitling, Dehlinger, Eisenmenger, Fluck, Frank, Goubeau, Haken, Hauser, Hofmann, Kneser, Kröner, Kronmüller, Lesky, Mayer-König, Pilkhuhn, Seeger, Wagner, Weidlich, Wolf

Ganz herzlichen Dank möchte ich Herrn Professor Dr.G.Breitling für die mir zur Verfügung gestellten Möglichkeiten zur Erarbeitung der Dissertation und für seine stetige Bereitschaft zu wissenschaftlichen Anregungen und Diskussionen aussprechen.
Allen Mitarbeitern der physikalischen Abteilung möchte ich dafür danken, daß sie mir durch die stets freundschaftliche Atmosphäre die Arbeit sehr erleichterten.

**D. GRÄBNER**
DISSERTATIONS U. OFFSETDRUCKEREI

Gotenstraße 3
8602 Altendorf bei Bamberg
Telefon: 09545/8791